



Московский педагогический  
государственный университет

О. В. БАБУРОВА, Б. Н. ФРОЛОВ

# Математические основы современной теории гравитации



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
**Прометей**

Москва  
2012

УДК 530.12:531.51

ББК 22.313.3

Б129

**Б129 Бабурова О. В., Фролов Б. Н. Математические основы современной теории гравитации: Монография. -- М.: МПГУ, 2012. -- 128 с.**

В монографии изложены математические основы нового подхода в современной теории гравитационного поля, основанного на систематическом использовании геометрически обобщенных постримановых пространств, а также на необходимом существовании в природе скалярного поля Дезера–Дирака, имеющего такой же фундаментальный статус, как и метрика.

**ISBN 978-5-7042-2362-7**

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	5
<b>1. ВАРИАЦИОННЫЙ ТЕТРАДНЫЙ ФОРМАЛИЗМ В ПОСТРИМАНОВЫХ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ СО СКАЛЯРНЫМ ПОЛЕМ</b> .....	13
1.1. Вариационный тетрадный формализм в общем аффинно-метрическом пространстве.....	13
1.2. Вариационный тетрадный формализм и уравнения гравитационного поля в пространстве Картана–Вейля.....	19
1.3. Конформные преобразования в постримановых пространствах.....	24
1.4. Конформная теория гравитации в пространстве Картана–Вейля.....	29
1.5. Анализ вариационных уравнений поля конформной теории гравитации в пространстве Картана–Вейля.....	35
1.6. Решение уравнений поля для сверхранней Вселенной.....	38
<b>2. ВНЕШНЕЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ</b> .....	42
2.1. Один-формы и тензоры.....	42
2.2. Антисимметричные тензоры.....	43
2.3. Внешние формы.....	44
2.4. Свёртка (внутреннее произведение).....	46
2.5. Ориентируемость и определители.....	49
2.6. Форма объема.....	50
2.7. Поливекторы и дуальные величины.....	52
2.8. Внешний дифференциал.....	55
2.9. Поля вспомогательных форм.....	59
2.10. Дуализации без понятия поливектора.....	60
2.11. Тензорнозначные формы. Обобщённый внешний дифференциал.....	62
2.12. Первое структурное уравнение Картана.....	63
2.13. Второе структурное уравнение Картана.....	67
2.14. Тождества Бианки для кручения и неметричности.....	69
2.15. Тождество Бианки для кривизны.....	70
2.16. Дифференциальные свойства полей вспомогательных форм.....	71
2.17. Лемма о коммутации операций варьирования и дуализации.....	72
<b>3. ВАРИАЦИОННЫЙ ФОРМАЛИЗМ НА ЯЗЫКЕ     ВНЕШНИХ ФОРМ</b> .....	78
3.1. Формализм внешних форм как современный тетрадный	

метод описания геометрических структур.....	78
3.2. Развитие вариационной техники в формализме внешних форм в конформной модели гравитации со скалярным полем.....	81
3.3. Вариационные уравнения гравитационного поля в конформной теории гравитации со скалярным полем Дезера–Дирака в пространстве Картана–Вейля .....	88
3.4. Дифференциальные тождества в конформной теории гравитации со скалярным полем в формализме внешних форм.....	94
<b>4. НЕКОТОРЫЕ СЛЕДСТВИЯ МОДЕЛИ ПОСТРИМАНОВОЙ СТРУКТУРЫ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ.....</b>	<b>99</b>
4.1. Плоские волны кручения в пространстве Римана–Картана.....	99
4.2. Эволюция Вселенной со спин-дилатационной темной матерней.....	103
4.2.1. Анализ $\Gamma$ -уравнения гравитационного поля.....	103
4.2.2. $\theta$ -уравнение поля в однородной и изотропной космологии.....	107
4.2.3. Обобщенное уравнение Фридмана–Леметра. Общие свойства эволюции Вселенной с дилатационной матерней.....	109
4.2.4. Решения обобщенного уравнения Фридмана–Леметра на различных стадиях эволюции Вселенной.....	112
4.3. Сферически симметричное решение в пространстве Картана–Вейля со скалярным полем.....	115
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....</b>	<b>117</b>
<b>ЛИТЕРАТУРА.....</b>	<b>118</b>