



В.В. ЛЕСИН

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

УЧЕБНИК

В.В. ЛЕСИН

УРАВНЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

*Рекомендовано в качестве учебного пособия
для высшего образования по направлениям подготовки
«Информатика и вычислительная техника»
и «Прикладная математика» (квалификация — бакалавр)*

Москва
КУРС
ИНФРА-М
2020

УДК 517.3(075.8)

ББК 22.193я73

Л50

ФЗ
№ 436-ФЗ

Издание не подлежит маркировке
в соответствии с п. 1 ч. 4 ст. 11

Рецензент:
кафедра «Высшая математика» РГУПС (зав. кафедрой профессор,
д-р техн. наук *К.С. Ахвердиев*)

Лесин В.В.

Л50 Уравнения математической физики учеб. пособие /В.В. Лесин. — М.: КУРС: ИНФРА-М, 2020. — 240 с.

ISBN 978-5-906818-61-4 (КУРС)

ISBN 978-5-16-011340-1 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-103523-8 (ИНФРА-М, online)

Учебное пособие предназначено для первоначального ознакомления с уравнениями математической физики и рассчитано на студентов технических специальностей, обучающихся по программам бакалавриата по направлениям подготовки «Прикладная математика» и «Информатика и вычислительная техника».

Содержит систематическое изложение в доступной форме основ классической теории дифференциальных уравнений математической физики. Теоретический материал проиллюстрирован многочисленными примерами.

Может быть полезным также студентам других направлений подготовки, инженерам и преподавателям вузов.

Электронно-
Библиотечная
Система
znanium.com

УДК 517.3(075.8)
ББК 22.193я73

ISBN 978-5-906818-61-4 (КУРС)

ISBN 978-5-16-011340-1 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-103523-8 (ИНФРА-М, online)

© Лесин В.В., 2016
© КУРС, 2016

Оригинал-макет подготовлен в Издательстве «КУРС»

Подписано в печать 01.10.2019.

Формат 60×90/16. Бумага офсетная. Гарнитура Newton.

Печать цифровая. Усл. печ. л. 15,0.

Доп. тираж 50 экз. Заказ № 1817.

ТК 437900-520539-011019

ООО Издательство «КУРС»

127273, Москва, ул. Олонекская, д. 17А, офис 104.

Тел.: (499) 709-16-28. E-mail: kursizdat@gmail.com

ООО «Научно-издательский центр ИНФРА-М»

127282, Москва, ул. Полярная, д. 31В, стр. 1

Тел.: (495) 280-15-96, 280-33-86. Факс: (495) 280-36-29

E-mail: books@infra-m.ru <http://www.infra-m.ru>

ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ	3
Глава 1. ВВЕДЕНИЕ В МАТЕМАТИЧЕСКУЮ ФИЗИКУ	4
1.1. Предмет математической физики	4
1.2. Уравнения в частных производных (основные определения)	5
1.3. Основные дифференциальные уравнения классической математической физики	8
1.4. Понятие о корректной постановке краевых задач	11
Глава 2. УРАВНЕНИЯ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ПЕРВОГО ПОРЯДКА	15
2.1. Вводные замечания об уравнениях первого порядка	15
2.2. Линейное однородное уравнение первого порядка, его общее решение ...	18
2.3. Задача Коши для линейного однородного уравнения	29
2.4. Квазилинейное уравнение первого порядка, его общее решение	32
2.5. Задача Коши для квазилинейного уравнения	38
Глава 3. ВЫВОД ОСНОВНЫХ УРАВНЕНИЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ. ПОСТАНОВКИ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ	42
3.1. Уравнение малых поперечных колебаний струны	42
3.2. Уравнение теплопроводности для тонкого стержня	45
3.3. Трехмерное уравнение теплопроводности	48
3.4. Уравнения Лапласа и Пуассона	51
3.5. Постановки краевых задач	52
3.6. Редукция краевых задач	55
Глава 4. КЛАССИФИКАЦИЯ И ПРИВЕДЕНИЕ К КАНОНИЧЕСКОМУ ВИДУ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ ВТОРОГО ПОРЯДКА	57
4.1. Классификация уравнений второго порядка	57
4.2. Приведение уравнений второго порядка к каноническому виду	59
Глава 5. УРАВНЕНИЯ ГИПЕРБОЛИЧЕСКОГО ТИПА	71
5.1. Колебания неограниченной струны. Формула Даламбера	71
5.2. Колебания полуограниченной струны. Метод продолжений	78
5.3. Решение задачи о колебаниях ограниченной струны методом продолжений	83
5.4. Единственность решения краевой задачи о колебаниях струны	85
5.5. Решение задачи о колебаниях ограниченной струны методом Фурье	87
5.6. Задачи с произвольными граничными условиями	103
5.7. Решение двумерных краевых задач для волнового уравнения методом Фурье	109
Глава 6. УРАВНЕНИЯ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ТИПА	118
6.1. Принцип экстремума для решения первой краевой задачи	118
6.2. Решение первой краевой задачи методом Фурье	122
6.3. Распространение тепла в неограниченном стержне	133
6.4. Краевые задачи для полуограниченного стержня	144

6.5. Разделение переменных в двумерных краевых задачах для уравнения теплопроводности.....	147
Глава 7. УРАВНЕНИЯ ЭЛЛИПТИЧЕСКОГО ТИПА	155
7.1. Внутренние краевые задачи для уравнения Лапласа. Гармонические функции, их свойства.....	155
7.2. Решение внутренней задачи Дирихле для круга методом Фурье. Формула Пуассона	165
7.3. Внешние задачи Дирихле для уравнения Лапласа	171
7.4. Метод функций Грина.....	176
Глава 8. РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ МЕТОДОМ ИНТЕГРАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ.....	190
8.1. Интегральные преобразования	190
8.2. Методы преобразований Фурье.....	192
8.3. Метод преобразования Лапласа.....	202
ПРИЛОЖЕНИЯ	210
Приложение 1. Зависимость и независимость функций.....	210
Приложение 2. Скалярные и векторные поля	212
<i>П2.1. Геометрические характеристики скалярных и векторных полей.....</i>	<i>212</i>
<i>П2.2. Производная по направлению и градиент скалярного поля.....</i>	<i>214</i>
<i>П2.3. Основные операции векторного анализа</i>	<i>216</i>
<i>П2.4. Оператор Лапласа</i>	<i>219</i>
<i>П2.5. Оператор Гамильтона и его применение.....</i>	<i>220</i>
Приложение 3. Понятие о δ -функции	222
Приложение 4. Уравнение и функции Бесселя	225
<i>П4.1. Дифференциальное уравнение Бесселя</i>	<i>225</i>
<i>П4.2. Решения уравнения Бесселя.....</i>	<i>225</i>
<i>П4.3. Нули функций Бесселя первого рода.....</i>	<i>228</i>
<i>П4.4. Связи между функциями Бесселя первого рода</i>	<i>228</i>
<i>П4.5. Разложение функций в ряды Фурье—Бесселя.....</i>	<i>228</i>
Приложение 5. Преобразование Лапласа.....	230
<i>П5.1. Определение преобразования Лапласа</i>	<i>230</i>
<i>П5.2. Свойства преобразования Лапласа</i>	<i>232</i>
<i>П5.3. Восстановление оригинала по изображению</i>	<i>235</i>
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	238