

Григорьева Е. В., Кащенко А. А., Кащенко С. А.

**ЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ДИНАМИКИ
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ
ЛАЗЕРОВ**

ЛОКАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ
ДИНАМИКИ
РАСПРЕДЕЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ
ЛАЗЕРОВ

Григорьева Елена Викторовна
БЕЛОРУССКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
ЭКОНОМИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кащенко Александра Андреевна
ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П. Г. ДЕМИДОВА.

Кащенко Сергей Александрович
ЯРОСЛАВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ П. Г. ДЕМИДОВА.

УДК 517.9
ББК 386-5+В161.6
Г83

Григорьева, Елена Викторовна.

Локальный анализ динамики распределенных моделей лазеров /
Г83 Е. В. Григорьева, А. А. Кащенко, С. А. Кащенко ; Яросл. гос. ун-т
им. П. Г. Демидова. – Ярославль : ЯрГУ, 2022. – 349 с.
ISBN 978-5-8397-1222-5

Рассматривается локальная динамика лазерных и нелинейных оптических устройств с управляющими элементами. Моделями являются системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом или уравнения в частных производных. Модели учитывают оптоэлектронную запаздывающую обратную связь, периодическую модуляцию параметров, взаимную связь между лазерами, межмодовые взаимодействия и другие факторы, оказывающие влияние на динамику.

Книга полезна специалистам по нелинейной динамике лазеров и по дифференциальным уравнениям. Издание рассчитано на научных работников, аспирантов и студентов старших курсов, занимающихся теорией колебаний.

The book deals with the local dynamics of laser and nonlinear optical devices with control elements. The models are systems of differential equations with delay or partial differential equations. The models take into account optoelectronic delayed feedback, periodic modulation of parameters, mutual coupling between lasers, intermode interactions, and other factors influencing the dynamics.

The book can be useful both to specialists in nonlinear dynamics of lasers and to specialists in differential equations. It is designed for senior students, graduate students and researchers involved in the theory of oscillations.

УДК 517.9
ББК 386-5+В161.6



Настоящее издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект № 21-11-00008), не подлежит продаже

ISBN 978-5-8397-1222-5



9 785839 712225 >

© Е. В. Григорьева, А. А. Кащенко, С. А. Кащенко, 2022
© Ярославский государственный университет
им. П. Г. Демидова, 2022

Оглавление

Пути самоорганизации (Г. Г. Малинецкий)	7
От авторов	11
1 Введение	12
1.1 Критические случаи в задачах об устойчивости состояния равновесия	12
1.2 Методика построения нормализованных уравнений	18
1.3 Краткое описание исследованных моделей лазерных систем	29
2 Динамика лазеров с оптоэлектронной обратной связью	41
2.1 Модели динамики лазеров с некогерентной обратной связью	41
2.2 Модель лазера с управляемой накачкой	45
2.2.1 Анализ устойчивости стационарного состояния	46
2.2.2 Нормальные формы в конечномерных критических случаях	49
2.2.3 Квазинормальные формы при большом запаздывании	64
2.3 Гипермультистабильность в системе с большим запаздыванием	76
2.3.1 Анализ линеаризованной системы	78
2.3.2 Построение нормализованных краевых задач	81
2.4 Модель лазера с управлением уровня внутррезонаторных потерь	88
2.4.1 Анализ линеаризованной системы	90
2.4.2 Построение квазинормальной формы	94
3 Динамика цепочки лазеров с оптоэлектронной связью	99
3.1 Модель цепочки лазеров с однонаправленной связью	102
3.1.1 Анализ линеаризованной системы	104
3.1.2 Построение квазинормальной формы	109
3.2 Модель цепочки с диффузионной и полудиффузионной связями	116

3.2.1	Цепочки с диффузионной связью	116
3.2.2	Цепочки с полудиффузионной связью	118
3.3	Динамика цепочек в случае большого запаздывания	119
3.3.1	Медленно осциллирующие решения	121
3.3.2	Быстро осциллирующие решения	131
4	Локальная динамика лазеров с осциллирующими параметрами	137
4.1	Модель лазера с быстро осциллирующей задержкой	138
4.1.1	Усредненная система	140
4.1.2	Система с модуляцией других параметров	152
4.2	Модель лазера с резонансной модуляцией запаздывания	156
4.2.1	Построение нормальной формы для резонанса $\omega : \omega_0 = 2 : 1$	158
4.2.2	Динамика при двойной модуляции с равными частотами и различными фазами	161
4.2.3	Динамика при двухчастотном резонансном воздействии	162
4.2.4	Нормальная форма в случае резонанса $\omega : \omega_0 = 1 : 1$	165
4.3	Модель лазера с прямоугольной модуляцией запаздывания	166
4.3.1	Усредненная система	168
4.3.2	Периодические решения усредненной системы в критическом случае	172
5	Динамика лазеров с оптической обратной связью	176
5.1	Модель Лэнга – Кобаяши полупроводникового лазера с обратной связью	178
5.1.1	Анализ характеристического уравнения	179
5.1.2	Нормальные формы в конечномерных критических случаях	181
5.2	Динамика системы с большим коэффициентом управления	189
5.2.1	Нормализованная параболическая краевая задача	190
5.2.2	О решениях квазинормальной формы	193
5.3	Существование и устойчивость непрерывных волн в случае большого запаздывания	197
5.3.1	Существование семейства решений вида непрерывных волн	197
5.3.2	Устойчивость непрерывных волн	201
5.3.3	Расположение областей устойчивости на кривой $I(v, 0, q, \gamma)$	210
5.3.4	Простейшие распределенные цепочки связанных уравнений Лэнга – Кобаяши	215

6	Локальная динамика оптико-электронного осциллятора с запаздыванием	218
6.1	Модель динамики оптико-электронного осциллятора	220
6.2	Анализ устойчивости состояния равновесия	221
6.3	Квазинормальная форма в критическом случае I	225
6.3.1	Построение нормализованной краевой задачи	225
6.3.2	Стационарные решения квазинормальной формы	228
6.3.3	Пространственно-временное представление решений	233
6.4	Квазинормальная форма в критическом случае II	235
6.5	Квазинормальная форма в критическом случае III	237
7	Параметрическое возбуждение поперечных структур в широкоапертурных лазерах	241
7.1	Модель динамики лазера с учетом дифракции	243
7.1.1	Анализ характеристического уравнения	245
7.2	Конечномерные нормальные формы	248
7.2.1	Одномерный критический случай	249
7.2.2	Двумерный критический случай	251
7.2.3	Трехмерный критический случай	255
7.2.4	Четырехмерный критический случай	258
7.3	Квазинормальные формы при малом коэффициенте дифракции	259
7.3.1	Бифуркации пространственных мод низкого порядка	259
7.3.2	Бифуркации пространственных мод высокого порядка	262
8	Оптические поперечные структуры в интерферометре с нелинейным поглотителем	267
8.1	Модель динамики светового поля с учетом поворота в контуре обратной связи	268
8.2	Конечномерные нормальные формы	270
8.3	Квазинормальные формы при малом коэффициенте диффузии	275
8.3.1	Бифуркации пространственных мод низкого порядка	277
8.3.2	Бифуркации пространственных мод высокого порядка	282
8.4	Быстро осциллирующие пространственно-неоднородные структуры	287
8.4.1	Быстро осциллирующие структуры	289
8.4.2	Усложнение динамики при увеличении параметра μ	291
9	Динамика многомодовых лазеров	295
9.1	Существование и устойчивость непрерывных волн в модели FDML-лазера с большим запаздыванием	296

9.1.1	Существование семейств решений вида непрерывных волн	297
9.1.2	Устойчивость непрерывных волн	298
9.1.3	Расположение областей устойчивости на кривой $\Gamma(\kappa, g_0)$	307
9.2	Модель пассивной синхронизации мод	318
9.2.1	Решения при условии $\gamma \gg 1$ и $p = 2$	321
9.2.2	Решения при условии $\gamma \gg 1$ и $0 < p < 2$	324
9.2.3	Динамика системы при малом γ_g	326
9.2.4	Случай большого запаздывания	326
	Литература	329