

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

# КОМПЬЮТЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ГРАФИКА В WEB-РАЗРАБОТКЕ



Н. П. Васильев



E.LANBOOK.COM

**Н. П. ВАСИЛЬЕВ**

# **КОМПЬЮТЕРНАЯ ГЕОМЕТРИЯ И ГРАФИКА В WEB-РАЗРАБОТКЕ**

**УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ**



**ЛАНЬ**

**САНКТ-ПЕТЕРБУРГ • МОСКВА • КРАСНОДАР**

**2023**

УДК 519.8  
ББК 22.18я73

**В 19**      **Васильев Н. П.** Компьютерная геометрия и графика в web-разработке : учебное пособие для вузов / Н. П. Васильев. — Санкт-Петербург : Лань, 2023. — 156 с. : ил. — Текст : непосредственный.

**ISBN 978-5-507-46521-7**

Изложение основ компьютерной геометрии и графики сопровождается программной реализацией примеров на языке PHP и JavaScript. Практически каждый раздел содержит задания, для выполнения которых достаточно знания базовых конструкций языка PHP и графической библиотеки GD. В примерах математические модели доводятся до программного кода. Основной упор делается на алгоритмическую составляющую, поэтому вместо PHP может быть выбран другой язык, а вместо GD — другая библиотека. Традиционно изложение начинается с аффинных и проекционных преобразований. Подробно обсуждаются математические модели кривых, их характеристики и способы конструирования — кривые Безье и сплайн-интерполяция.

Изложение основ трёхмерной графики нацелено на использование WebGL и JavaScript. Математические преобразования пространства, используемые этой технологией, представлены как частный случай аффинных и проекционных преобразований и непосредственно реализованы в примерах программного кода без привлечения дополнительных библиотек. Пособие представляет интерес для Web-разработчиков, желающих разобраться с реализацией математических моделей с помощью серверных языков, а на стороне клиента с помощью canvas-WebGL и JavaScript.

УДК 519.8  
ББК 22.18я73

**Рецензент**

*А. М. ЗАЯЦ* — кандидат технических наук, профессор Санкт-Петербургского государственного лесотехнического университета им. С. М. Кирова.

**Обложка**  
*П. И. ПОЛЯКОВА*

© Издательство «Лань», 2023  
© Н. П. Васильев, 2023  
© Издательство «Лань», художественное оформление, 2023

# Оглавление

<b>Введение</b> .....	6
<b>1. Аффинные преобразования координат</b> .....	8
1.1. Аффинные преобразования на плоскости .....	8
1.2. Отображение кадрирования .....	11
1.3. Поворот вокруг заданной точки .....	14
1.3.1. Пример рендеринга описания изображения .....	15
1.3.2. Реализация поворота .....	18
1.4. Задание .....	22
1.4.1. Построение модели изображения .....	22
1.4.2. Аффинные преобразования изображения .....	23
1.5. Аффинные преобразования в пространстве .....	23
<b>2. Проекции</b> .....	25
2.1. Классификация проекций .....	25
2.2. Параллельные проекции .....	26
2.2.1. Изометрия .....	29
2.3. Центральные проекции .....	31
2.4. Пример .....	35
2.4.1. Определение модели .....	35
2.4.2. Вычисление координат проекции .....	36
2.4.3. Предварительные манипуляции с моделью .....	37
2.4.4. Переход к координатам устройства вывода .....	39
2.5. Задание .....	42
<b>3. Моделирование кривых</b> .....	43
3.1. Параметрическое описание кривых .....	43
3.2. Неявное описание кривых .....	44
3.3. Модели прямой линии .....	44
3.4. Основные характеристики кривых .....	47
3.4.1. Касательная к кривой .....	47
3.4.2. Нормаль и бинормаль к кривой .....	47
3.4.3. Кручение кривой. Формулы Френе — Серре .....	48
3.4.4. Механическая интерпретация формул Френе — Серре .....	49
3.4.5. Пример .....	50
3.5. Задание .....	51
3.5.1. Общие требования .....	51
3.5.2. Варианты задания .....	52
3.6. Приемы рендеринга кривых .....	53
3.7. Задание. Рендеринг кривых .....	56

3.7.1. Варианты задания.....	56
3.7.2. Пример.....	57
<b>4. Кривые Безье.....</b>	<b>61</b>
4.1. Определение.....	61
4.2. Алгоритм де Кастельжо.....	63
<b>5. Кубические сплайны на плоскости.....</b>	<b>67</b>
5.1. Определение.....	67
5.2. Система уравнений для определения сплайна.....	68
5.3. Дополнительные условия шивки сплайна.....	70
5.4. Метод прогонки для расчета сплайна.....	71
5.5. Пример расчета сплайна.....	73
<b>6. Построение кубического сплайна на плоскости (или в пространстве) по произвольному набору точек.....</b>	<b>78</b>
6.1. Параметризация сплайна.....	78
6.2. Программная реализация сплайна по заданному набору точек.....	78
6.3. Задание повышенной сложности.....	83
<b>7. Введение в WebGL.....</b>	<b>85</b>
7.1. Матрица преобразования сцены (LookAt) для учета произвольной точки наблюдения.....	86
7.2. Матрица перспективного преобразования.....	92
7.3. Подготовка канвы и контекста WebGL.....	96
7.4. Буфера данных и атрибутивные переменные.....	100
7.5. Фрагментный шейдер. Uniform- и varying-переменные.....	103
7.6. Объект программы.....	108
7.6.1. Компиляция шейдеров.....	108
7.6.2. Сборка программы.....	110
<b>8. Примеры использования WebGL для воспроизведения трехмерных моделей.....</b>	<b>112</b>
8.1. Усеченный тетраэдр.....	112
8.1.1. Определение модели.....	112
8.1.2. Шейдеры.....	114
8.1.3. Основная программа.....	115
8.1.4. Анимация.....	116
8.2. Универсальный базовый класс модели.....	119
8.3. Учет освещения.....	121
8.3.1. Вычисление нормалей в случае гладкой поверхности.....	123
8.3.2. Расчет нормалей для граненой поверхности.....	129
8.4. Икосаэдр.....	130
8.5. Додекаэдр.....	134
8.6. Задание.....	136

<b>Приложение</b> .....	139
Программная реализация сплайн-интерполяции на php.....	139
Файл Matrix.js .....	141
Файл tetrahedron.js.....	142
Файл BaseDraw.js .....	146
Файл Axis.js .....	148
Файл Surface.js.....	149
Файл Icosahedron.js .....	150
Файл Dodecahedron.js .....	152
<b>Литература</b> .....	155