

В. И. СМ ИРНОВ



КУРС
ВЫСШЕЙ
МАТЕМАТИКИ

ТОМ
I



Акад. В. И. СМОРНОВ

КУРС ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ

ТОМ ПЕРВЫЙ

ИЗДАНИЕ
ЧЕТЫРНАЦАТОЕ

*Допущено
Министерством высшего образования СССР
в качестве учебника
для физико-математических факультетов
государственных университетов
и вузов с расширенной программой*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

МОСКВА 1953

ОГЛАВЛЕНИЕ

ГЛАВА I

ПЕРЕМЕННЫЕ ВЕЛИЧИНЫ И ФУНКЦИОНАЛЬНАЯ ЗАВИСИМОСТЬ

1. Величина и ее измерение (9). 2. Число (10). 3. Величины постоянные и переменные (12). 4. Промежуток (13). 5. Понятие о функции (13). 6. Аналитический способ изображения функциональной зависимости (16). 7. Неявные функции (17). 8. Табличный способ (18). 9. Графический способ изображения чисел (19). 10. Координаты (20). 11. График и уравнение кривой (22). 12. Линейная функция (23). 13. Приращение. Основное свойство линейной функции (25). 14. График равномерного движения (27). 15. Эмпирические формулы (28). 16. Парабола второй степени (29). 17. Парабола третьей степени (32). 18. Закон обратной пропорциональности (33). 19. Степенная функция (35). 20. Обратные функции (37). 21. Многозначность функции (38). 22. Показательная и логарифмическая функции (41). 23. Тригонометрические функции (43). 24. Обратные тригонометрические, или круговые, функции (47).

ГЛАВА II

ТЕОРИЯ ПРЕДЕЛОВ. ПОНЯТИЕ О ПРОИЗВОДНОЙ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ

§ 1. Теория пределов. Непрерывные функции

25. Упорядоченное переменное (50). 26. Величины бесконечно малые (51). 27. Предел переменной величины (56). 28. Основные теоремы (59). 29. Величины бесконечно большие (61). 30. Монотонные переменные (63). 31. Признак Коши существования предела (64). 32. Одновременное изменение двух переменных величин, связанных функциональной зависимостью (68). 33. Пример (71). 34. Непрерывность функции (72). 35. Свойства непрерывных функций (74). 36. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин (78). 37. Примеры (80). 38. Число e (81). 39. Недоказанные предложения (85). 40. Вещественные числа (87). 41. Действия над вещественными числами (89). 42. Точные границы числовых множеств. Признаки существования предела (92). 43. Свойства непрерывных функций (93). 44. Непрерывность элементарных функций (96).

*

§ 2. Производная и дифференциал первого порядка

45. Понятие о производной (100). 46. Геометрическое значение производной (102). 47. Производные простейших функций (104). 48. Производные сложных и обратных функций (107). 49. Таблица производных и примеры (111). 50. Понятие о дифференциале (113). 51. Некоторые дифференциальные уравнения' (116). 52. Оценка погрешностей (118).

§ 3. Производные и дифференциалы высших порядков

53. Производные высших порядков (119). 54. Механическое значение второй производной (122). 55. Дифференциалы высших порядков (123). 56. Разности функций (124).

§ 4. Приложение понятия о производной к изучению функций

57. Признаки возрастания и убывания функций (127). 58. Максимумы и минимумы функций (130). 59. Построение графиков (135). 60. Наибольшее и наименьшее значения функций (138). 61. Теорема Ферма (144). 62. Теорема Ролля (145). 63. Формула Лагранжа (146). 64. Формула Коши (149). 65. Раскрытие неопределенностей (150). 66. Различные виды неопределенностей (152).

§ 5. Функции двух переменных

67. Основные понятия (155). 68. Частные производные и полный дифференциал функции двух независимых переменных (157). 69. Производные сложных и неявных функций (160).

§ 6. Некоторые геометрические приложения понятия о производных

70. Дифференциал дуги (161). 71. Выпуклость, вогнутость и кривизна (163). 72. Асимптоты (166). 73. Построение графиков (168). 74. Параметрическое задание кривой (170). 75. Уравнение Ван-дер-Ваальса (174). 76. Особые точки кривых (176). 77. Элементы кривой (179). 78. Цепная линия (181). 79. Циклоида (182). 80. Эпициклоиды и гипоциклоиды (184). 81. Развертка круга (187). 82. Кривые в полярных координатах (188). 83. Спирали (190). 84. Улитки и кардиоида (191). 85. Овалы Кассини и лемниската (193).

Глава III**ПОНЯТИЕ ОБ ИНТЕГРАЛЕ И ЕГО ПРИЛОЖЕНИЯ****§ 1. Основные задачи интегрального исчисления и неопределенный интеграл**

86. Понятие о неопределенном интеграле (195). 87. Определенный интеграл как предел суммы (198). 88. Связь определенного и неопределенного интегралов (204). 89. Свойства неопределенного интеграла (209). 90. Таблица простейших интегралов (210). 91. Правило интегрирования по частям (211). 92. Правило замены переменных. Примеры (212). 93. Примеры уравнений первого порядка (216).

§ 2. Свойства определенного интеграла

94. Основные свойства определенного интеграла (219). 95. Теорема о среднем (222). 96. Существование первообразной функции (226). 97. Разрыв подинтегральной функции (227). 98. Бесконечные пределы (231). 99. Замена переменной под знаком определенного интеграла (232). 100. Интегрирование по частям (235).

§ 3. Приложения понятия об определенном интеграле

101. Вычисление площадей (237). 102. Площадь сектора (241). 103. Длина дуги (243). 104. Вычисление объемов тел по их поперечным сечениям (249). 105. Объем тела вращения (251). 106. Поверхность тела вращения (252). 107. Определение центров тяжести. Теоремы Гульдина (255). 108. Приближенное вычисление определенных интегралов; формулы прямоугольников и трапеций (259). 109. Формула касательных и формула Понселе (261). 110. Формула Симпсона (262). 111. Вычисление определенного интеграла с переменным верхним пределом (267). 112. Графические способы (267). 113. Площади быстро колеблющихся кривых (270).

§ 4. Дополнительные сведения об определенном интеграле

114. Предварительные понятия (271). 115. Теорема Дарбу (273). 116. Функции, интегрируемые в смысле Римана (279). 117. Свойства интегрируемых функций (283).

ГЛАВА IV

**РЯДЫ И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ К ПРИБЛИЖЕННОМУ
ВЫЧИСЛЕНИЮ ФУНКЦИЙ****§ 1. Основные понятия из теории бесконечных рядов**

118. Понятие о бесконечном ряде (287). 119. Основные свойства бесконечных рядов (289). 120. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости (290). 121. Признаки Коши и Даламбера (292). 122. Интегральный признак сходимости Коши (296). 123. Знакопеременные ряды (299). 124. Абсолютно сходящиеся ряды (300). 125. Общий признак сходимости (303).

§ 2. Формула Тэйлора и ее приложения

126. Формула Тэйлора (304). 127. Различные виды формулы Тэйлора (308). 128. Ряды Тэйлора и Маклорена (309). 129. Разложение e^x (310). 130. Разложение $\sin x$ и $\cos x$ (312). 131. Вином Ньютона (313). 132. Разложение $\log(1+x)$ (319). 133. Разложение $\operatorname{arctg} x$ (323). 134. Приближенные формулы (325). 135. Максимумы, минимумы и точки перегиба (326). 136. Раскрытие неопределенностей (328).

§ 3. Дополнительные сведения из теории рядов

137. Свойства абсолютно сходящихся рядов (330). 138. Умножение абсолютно сходящихся рядов (331). 139. Признак Куммера (333).

140. Признак Гаусса (334). 141. Гипергеометрический ряд (337). 142. Двойные ряды (339). 143. Ряды с переменными членами. Равномерно сходящиеся ряды (343). 144. Равномерно сходящиеся последовательности функций (346). 145. Свойства равномерно сходящихся последовательностей (349). 146. Свойства равномерно сходящихся рядов (352). 147. Признаки равномерной сходимости (353). 148. Степенные ряды. Радиус сходимости (355). 149. Вторая теорема Абеля (356). 150. Дифференцирование и интегрирование степенного ряда (358).

ГЛАВА V

ФУНКЦИИ НЕСКОЛЬКИХ ПЕРЕМЕННЫХ

§ 1. Производные и дифференциалы функции

151. Основные понятия (361). 152. О предельном переходе (362). 153. Частные производные и полный дифференциал первого порядка (365). 154. Теорема Эйлера (367). 155. Частные производные высших порядков (368). 156. Дифференциалы высших порядков (370). 157. Неявные функции (372). 158. Пример (374). 159. Существование неявных функций (376). 160. Кривые в пространстве и поверхности (378).

§ 2. Формула Тэйлора. Максимумы и минимумы функции от нескольких переменных

161. Распространение формулы Тэйлора на случай функции от нескольких независимых переменных (381). 162. Необходимые условия максимума и минимума функции (382). 163. Исследование максимума и минимума функции двух независимых переменных (384). 164. Примеры (387). 165. Дополнительные замечания о нахождении максимумов и минимумов функции (388). 166. Наибольшее и наименьшее значения функции (390). 167. Относительные максимумы и минимумы (391). 168. Дополнительные замечания (394). 169. Примеры (396).

ГЛАВА VI

КОМПЛЕКСНЫЕ ЧИСЛА, НАЧАЛА ВЫСШЕЙ АЛГЕБРЫ И ИНТЕГРИРОВАНИЕ ФУНКЦИЙ

§ 1. Комплексные числа

170. Комплексные числа (399). 171. Сложение и вычитание комплексных чисел (402). 172. Умножение комплексных чисел (403). 173. Деление комплексных чисел (406). 174. Возвышение в степень (407). 175. Извлечение корня (409). 176. Показательная функция (411). 177. Тригонометрические и гиперболические функции (413). 178. Цепная линия (417). 179. Логарифмирование (422). 180. Синусоидальные величины и векторные диаграммы (423). 181. Примеры (426). 182. Кривые в комплексной форме (429). 183. Представление гармонического колебания в комплексной форме (432).

§ 2. Основные свойства целых многочленов и вычисление их корней

184. Алгебраическое уравнение (432). 185. Разложение полинома на множители (434). 186. Кратные корни (436). 187. Правило Горнера (437). 188. Общий наибольший делитель (440). 189. Вещественные полиномы (441). 190. Зависимость между корнями уравнения и его коэффициентами (442). 191. Уравнение третьей степени (443). 192. Решение кубического уравнения в тригонометрической форме (446). 193. Способ итерации (449). 194. Способ Ньютона (452). 195. Способ простого интерполирования (454).

§ 3. Интегрирование функций

196. Разложение рациональной дроби на простейшие (456). 197. Интегрирование рациональной дроби (458). 198. Интеграл от выражений, содержащих радикалы (461). 199. Интегралы вида $\int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c}) dx$ (462).

200. Интегралы вида $\int R(\sin x, \cos x) dx$ (465). 201. Интегралы вида $\int e^{ax} [P(x) \cos bx + Q(x) \sin bx] dx$ (466).

Алфавитный указатель 469
