

Физико •

Математическое  
Наследие

Ф. А. МЕДВЕДЕВ

**РАЗВИТИЕ  
ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ  
В XIX ВЕКЕ**



Математика

История математики



*Физико-математическое наследие: математика  
(история математики)*

---

**Ф. А. Медведев**

# **РАЗВИТИЕ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В XIX ВЕКЕ**

Ответственный редактор  
доктор физико-математических наук  
А. П. Юшкевич

Издание второе



**URSS**  
МОСКВА

ББК 22.12 22.161 22.1г 72.3

**Медведев Федор Андреевич**

**Развитие теории множеств в XIX веке / Отв. ред. А. П. Юшкевич.**

Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 232 с. (Физико-математическое наследие: математика (история математики).)

В истории математики было немного таких моментов, которые по своей общематематической и философской значимости сравнимы с революционным переворотом, совершенным созданием теории множеств. При этом в практике исследования таких математических дисциплин, как алгебра, топология, функциональный анализ и т. д., используется главным образом так называемая «наивная теория множеств», которую создали в основном ученые XIX века. В настоящей книге рассмотрен процесс создания этой первоначальной теории.

Книга адресована математикам, историкам и методологам науки, философам, студентам и аспирантам соответствующих специальностей.

Формат 60×90/16. Печ. л. 14,5. Зак. № ИР-10.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-0182-9

© ЛЕНАНД, оформление, 2015

18204 ID 201024



9 785971 001829



## О Г Л А В Л Е Н И Е

Предисловие . . . . .	3
Введение . . . . .	5
<b>Г Л А В А I. Зарождение идей теории множеств в различных математических дисциплинах . . . . .</b>	<b>15</b>
1. «Арифметические исследования» Гаусса . . . . .	15
2. Некоторые работы по теории функциональных сравнений . . . . .	25
3. Элементы теоретико-множественных представлений в проективной геометрии . . . . .	28
4. Об арифметизации анализа . . . . .	34
5. Разбиение континуума на множество точек . . . . .	38
6. Бернгард Риман и теория множеств . . . . .	41
7. Теория роста функций . . . . .	45
8. Карл Вейерштрасс и теория множеств . . . . .	51
9. Теории действительных чисел Дедекинда и Кантора . . . . .	61
10. Представление о бесконечном у А. де Моргана . . . . .	67
11. Теоретико-множественные представления у Б. Больцано . . . . .	74
12. Заключение . . . . .	77
<b>Г Л А В А II. Разработка теории множеств . . . . .</b>	<b>79</b>
1. Начало исследований Дедекинда по теории множеств алгебраических чисел . . . . .	79
2. Начало исследований Кантора по теории точечных множеств . . . . .	84
3. Элементы теории множеств у Дюбуа-Раймона . . . . .	88
4. Несчетность множества действительных чисел . . . . .	94
5. Первые исследования о мере точечных множеств . . . . .	97
6. Продолжение исследований Дедекинда по теории множеств алгебраических чисел и функций . . . . .	102
7. Эквивалентность континуумов разного числа измерений . . . . .	107
8. Начало систематической разработки теории точечных множеств . . . . .	110
9. Исследования точечных множеств другими математиками (1881—1883 гг.) . . . . .	113
10. Новый этап исследований Кантора по теории множеств . . . . .	117
11. Продолжение систематической разработки теории точечных множеств . . . . .	126
12. Некоторые исследования по теории множеств, непосредственно примыкающие к работам Кантора . . . . .	132
13. Теоретико-множественное содержание «Геометрических приложений анализа бесконечно малых» Д. Пеано . . . . .	137
14. «Что такое числа и для чего они служат?» Р. Дедекинда . . . . .	144
15. О некоторых работах конца 80-х и начала 90-х годов . . . . .	157
16. Некоторые работы Дедекинда, не опубликованные при его жизни . . . . .	165
17. Новый взлет Кантора . . . . .	171
18. Парадоксы теории множеств . . . . .	178
19. Отношение математиков к теории множеств в период ее создания . . . . .	181
<b>Г Л А В А III. Методы теории множеств в других математических дисциплинах . . . . .</b>	<b>192</b>
1. Несколько замечаний о характере приложений теории множеств . . . . .	192
2. О теоретико-множественной перестройке основных понятий анализа . . . . .	193
3. Исследования Миттаг-Леффлера по аналитическому представлению функций комплексного переменного . . . . .	197
4. Исследования Дедекинда по теории структур . . . . .	203
5. Теорема Бара о точно разрывных функциях . . . . .	211
6. Интеграл Лебега . . . . .	216
7. Докторская диссертация М. Фреше . . . . .	220