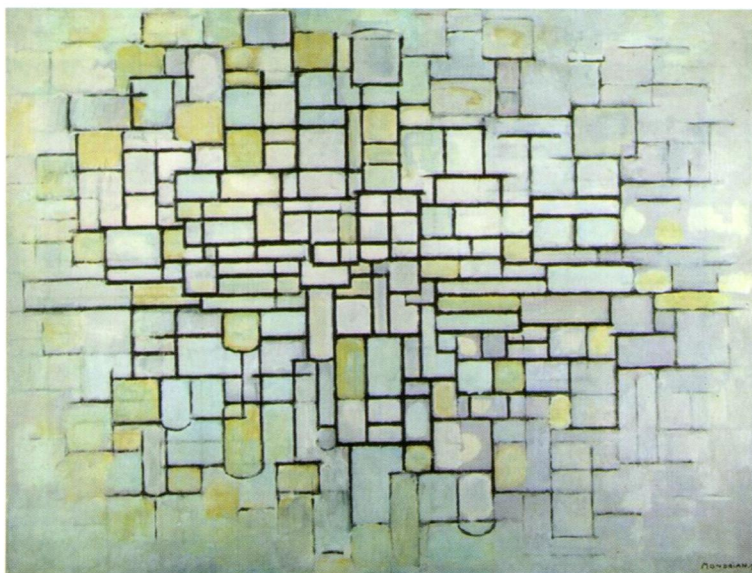


ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
МАТЕМАТИКА

С. М. Ермаков, А. С. Сипин

**МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО
И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ
РАЗДЕЛИМОСТЬ АЛГОРИТМОВ**



СТОХАСТИЧЕСКАЯ
ДИНАМИКА

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

С. М. Ермаков, А. С. Сипин

**МЕТОД МОНТЕ-КАРЛО
И ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ
РАЗДЕЛИМОСТЬ АЛГОРИТМОВ**



УДК 519.21
ББК 517.8
Е72

Рецензенты: д-р физ.-мат. наук, проф. *В. Б. Невзоров* (С.-Петербург. гос. ун-т); д-р физ.-мат. наук, вед. научн. сотр. *Н. А. Симонов* (Новосибирский технол. центр, Бейкер Хьюз Б. В.)

*Печатается по постановлению
Редакционно-издательского совета
математико-механического факультета
С.-Петербургского государственного университета*

Ермаков С. М., Сипин А. С.

Е72 **Метод Монте-Карло и параметрическая разделимость алгоритмов.** — СПб.: Изд-во С.-Петербург. ун-та, 2014. — 248 с. ISBN 978-5-288-05577-5

В книге излагаются в основном результаты авторов, развивающие методы Монте-Карло и полученные в последние годы при поддержке грантов РФФИ. Необходимость связанного изложения при этом потребовала также помещения в книгу ряда известных результатов, которые были подвергнуты авторами серьезной методической переработке. Во всех случаях алгоритмы рассматривались с точки зрения их использования на современных компьютерах с большим числом процессоров (ИР-алгоритмы). Среди новых, вошедших в книгу результатов, можно особо отметить:

— обоснование и развитие стохастических методов решения параболических уравнений.

— применение метода Монте-Карло к решению сложных экстремальных задач и вычислению коэффициентов характеристического многочлена оператора.

— исследование стохастической устойчивости алгоритмов, связь с параллелизмом (знакопеременный случай) и ряд других.

Книга будет полезна для широкого круга исследователей, использующих многопроцессорную вычислительную технику для решения прикладных задач и развивающих теорию параллельных алгоритмов.

ББК 517.8



Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту № 14-01-07007, не подлежит продаже.

© С. М. Ермаков,
А. С. Сипин, 2014

© Санкт-Петербургский
государственный
университет, 2014

ISBN 978-5-288-05577-5

СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие	3
ЧАСТЬ I. ПАРАМЕТРИЧЕСКИ РАЗДЕЛИМЫЕ АЛГОРИТМЫ	
Введение	5
Глава 1. Моделирование распределений	8
1.1. Параметрическое множество метода Монте-Карло	—
1.2. Моделирование неравномерных распределений	13
1.3. Примеры	22
Глава 2. Интегралы и линейные уравнения	30
2.1. Вычисление интегралов	—
2.2. Линейные интегральные уравнения	32
Глава 3. Стохастическая устойчивость и метод квази Монте-Карло	41
3.1. Стохастическая устойчивость	—
3.2. Метод квази Монте-Карло	51
Глава 4. Нелинейные задачи	60
4.1. Теоретические основы. Параллелизм	—
4.2. Примеры	65
Литература	87
ЧАСТЬ II. МЕТОДЫ МОНТЕ-КАРЛО ДЛЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ (БЕССЕТОЧНЫЕ МЕТОДЫ)	
Введение	91
Глава 5. Статистические алгоритмы решения краевых задач для параболических уравнений второго порядка	93
5.1. Необходимые сведения о параболических уравнениях	—
5.1.1. Фундаментальное решение параболического уравнения	94
5.1.2. Формально-сопряженный оператор и формулы Грина	96
5.1.3. Представление решения параболического уравнения в цилиндре	100
5.1.4. Интегральное представление решения задачи Коши	103
5.1.5. Представление решения параболического уравнения в шароиде	105
5.2. Применение схемы Неймана—Улама к решению краевых задач	109
5.2.1. Свойства траекторий цепи Маркова	110
5.2.2. Статистические оценки	115
5.3. Задача Коши	118
5.3.1. Несмещенные оценки решения задачи Коши	120
5.3.2. Определение постоянных s и C	126
5.3.3. Оценка функционалов	129
5.3.4. Задача Коши для уравнений с дифференцируемыми коэффициентами	138
5.4. Первая краевая задача в ограниченной области	144
5.4.1. Блуждание по цилиндрам для уравнения с постоянными коэффициентами	145
5.4.2. Блуждание по сфероидам для уравнения с постоянными коэффициентами	151

5.4.3. Блуждание по цилиндрам для уравнения с переменными коэффициентами	155
5.4.4. Блуждание по шароидам для уравнения с переменным коэффициентом при неизвестной функции	166
5.4.5. Алгоритмы, связанные с дискретизацией времени	169
5.5. Одна нелинейная краевая задача	173
Глава 6. Статистические алгоритмы решения краевых задач для эллиптических уравнений второго порядка	180
6.1. Необходимые сведения об эллиптических уравнениях	—
6.1.1. Фундаментальное решение и функции Леви	181
6.2. Первая краевая задача для эллиптического оператора	184
6.2.1. Блуждание по эллипсоидам	188
6.3. Краевые задачи для оператора Лапласа	193
6.3.1. Блуждания по полусферам	194
6.3.2. Внешняя задача Дирихле для уравнения Лапласа	205
6.3.3. Вычисление электростатических емкостей	209
6.3.4. Задача Неймана для уравнения Пуассона	216
6.4. О сочетании схемы Неймана—Улама и метода стохастической аппроксимации	223
6.4.1. Выделение главной части для уравнений теории потенциала	227
Приложение. Алгоритмы моделирования некоторых распределений	229
П.1. Моделирование изотропного вектора в R^n	—
П.1.1. Изотропный вектор в пространстве	—
П.1.2. Изотропный вектор в полупространстве	230
П.1.3. Неравномерное распределение на эллипсоиде	—
П.2. Гамма и бета распределение	231
П.3. Краевые задачи для параболического уравнения	233
П.3.1. Моделирование геометрического распределения	—
П.4. Первая краевая задача для эллиптического уравнения	—
П.4.1. Моделирование величины ρ в блуждании по сферам	—
П.4.2. Моделирование блуждания по эллипсоидам	234
П.4.3. Моделирование величины Z_1 для внешней задачи Дирихле	236
Литература	238
Послесловие	242
Предметный указатель	244