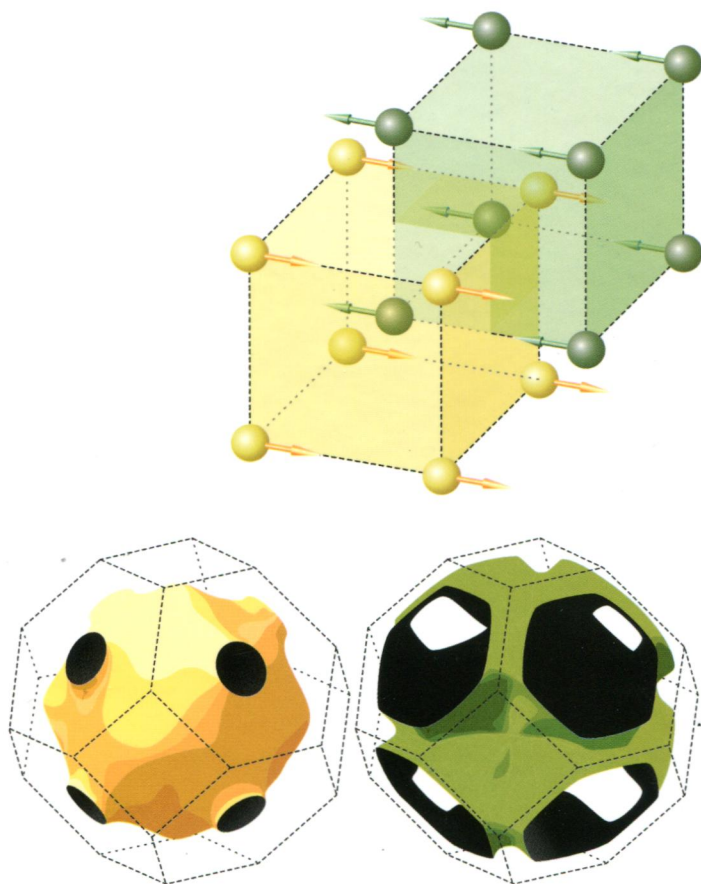


Математические основы классической магнитостатики



РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ ФИЗИКИ МЕТАЛЛОВ

НАУЧНО-ОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ СЕРИЯ
ФИЗИКА КОНДЕНСИРОВАННЫХ СРЕД

10

В. В. Дякин

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ОСНОВЫ КЛАССИЧЕСКОЙ
МАГНИТОСТАТИКИ

ЕКАТЕРИНБУРГ
2016

УДК 517.658:620.179
ББК 22.311

Рекомендовано к изданию Ученым Советом
Института физики металлов и НИСО УрО РАН

Дякин В. В.

Математические основы классической магнитостатики / В. В. Дякин.
Екатеринбург: РИО УрО РАН, 2016. 404 с. (Научно-образовательная серия
«Физика конденсированных сред»; 10).
ISBN 978-5-8295-0426-7

Излагаются математические основы классической магнитостатики, имеющей важное практическое применение в области неразрушающего контроля качества изделий.

Классическая магнитостатика базируется на системе уравнений Максвелла, которая в используемом нами подходе заменяется эквивалентным интегро-дифференциальным уравнением, имеющим ряд значительных преимуществ как в отношении качественного исследования прямых и обратных задач магнитостатики, так и для построения эффективных алгоритмов аналитического или численного их решения. Для этого уравнения доказывается теорема существования и единственности решения, исследуется его гладкость в зависимости от гладкости границы области, занимаемой магнетиком.

Значительное внимание уделяется обратной задаче магнитостатики – по известному (измеренному) полю вне магнетика найти распределение намагниченности внутри него, либо форму ограничивающей его поверхности. Доказано, что первая из указанных задач имеет неединственное решение, поскольку намагниченность определяется с точностью до произвольной аддитивной вектор-функции из бесконечномерного подпространства.

Для облегчения усвоения излагаемого материала приводятся с доказательствами все нужные сведения из теории потенциала и функционального анализа, что исключает необходимость обращения к дополнительной литературе. Поэтому монография может быть полезной для студентов старших курсов и младших научных сотрудников в качестве достаточно полного и замкнутого введения в проблематику задач магнитостатики. С другой стороны, монография может быть интересной и специалистам, занимающимся теорией или практикой решения задач неразрушающего магнитного контроля.

УДК 517.658:620.179
ББК 22.311

Ответственный редактор
кандидат физико-математических наук **В. Я. Раевский**

Рецензент
член-корреспондент РАН **А. Б. Борисов**

ISBN 978-5-8295-0426-7

© Институт физики металлов УрОРАН,
2016 г.

© Дякин В. В., 2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	5
Глава I. Некоторые основные понятия и предложения теории функций и теории операторов	15
§ 1. Поверхности Ляпунова.....	15
Об областях и их границах.....	15
Эквивалентность двух определений поверхности Ляпунова.....	18
Ряд неравенств, характеризующих свойства поверхностей Ляпунова.....	20
Об интегрировании неограниченных функций.....	24
Сходимость и непрерывная зависимость несобственных интегралов от параметров.....	27
§ 2. Интеграл Лебега.....	33
Измеримые множества.....	33
Измеримые функции.....	35
Интеграл Лебега.....	37
§ 3. Обобщенные производные.....	42
Класс функций $L_p(\Omega)$	42
Понятие обобщенной производной.....	45
Свойства обобщенных производных.....	47
§ 4. Пространства функций с обобщенными производными (соболевские пространства).....	49
Эквивалентные нормировки в пространствах обобщенных функций $W_p^1(\Omega)$	49
Свойства функций $W_2^1(\Omega)$	53
Свойства функций из $W_2^2(\Omega)$	58
Теоремы вложения.....	65
§ 5. Обобщенные функции (распределения) [16].....	66
Пример δ - функции.....	66
Пространство основных функций D	68
Пространство обобщенных функций D'	69
Примеры δ - образных последовательностей.....	70
Произведение и свёртка обобщенных функций.....	75
Замена переменных в обобщенных функциях.....	77
Дифференцирование обобщенных функций.....	79

Примеры, одномерный случай	80
Примеры, размерность пространства $n \geq 2$	81
§ 6. Обобщённые функции медленного роста	90
Пространство основных функций S	90
Пространство обобщённых функций медленного роста S'	91
Прямое произведение и свёртка обобщённых функций медленного роста	92
§ 7. Преобразование Фурье обобщённых функций медленного роста	93
Преобразование Фурье основных функций из S	93
Преобразование Фурье обобщённых функций из S'	94
Свойства преобразования Фурье	96
Преобразование Фурье обобщённых функций с компактным (ограниченным) носителем	97
Преобразование Фурье свёртки	98
§ 8. Гармонические функции	101
§ 9. Операторы в пространстве L_2	105
Линейные функционалы	105
Линейные операторы	106
Обратный оператор, обратимость	107
Сопряжённый оператор	109
Проекция	111
Билинейные и квадратичные функционалы	115
Спектр, резольвента	116
Самосопряжённые операторы	118
Вполне непрерывные (компактные) операторы	124
Унитарные операторы	130
Глава II. Математическое исследование основных задач	
магнитостатики	135
§10. Вводные понятия магнитостатики	135
Постановка магнитостатической задачи	135
Примеры	140
§11. Основное уравнение магнитостатики	147
Вывод основного уравнения магнитостатики	148
Исследование свойств оператора A	150
Существование и единственность решения основного уравнения магнитостатики	158

Свойства решений основного уравнения магнитостатики	161
§ 12. Оценки решений ряда задач магнитостатики	166
Непрерывная в $\tilde{L}_2(\Omega)$ зависимость решения уравнения (1) отправки части	167
Возмущения магнитного поля, вызванные изменениями магнитной проницаемости	171
Возмущения магнитного поля, вызванного наличием полости	172
Замечания к построению теории возмущений	175
§ 13. Обратная задача магнитостатики	178
О разрешимости обратной задачи по определению $\mu(\vec{r})$	179
О восстановлении формы поверхностного дефекта	187
Некоторые оценки решений основного уравнения магнитостатики для тел с поверхностным дефектом	195
Двумерная модель магнитостатики	201
К решению обратной геометрической задачи	219
Глава III. Задачи магнитостатики при кусочно-постоянной магнитной проницаемости	240
§ 14. Постановка прямой задачи магнитостатики для кусочно-постоянной магнитной проницаемости	240
Следствия из общей постановки задачи §11.1-2	240
Спектральные свойства операторов A на $\vec{U}(\Omega)$ и B на функциях u из $L_2[S(\Omega)]$, для которых $\int_S u dS = 0$	247
Неоднородное уравнение (4)	252
Случай многосвязной области	255
§ 15. Некоторые обратные задачи магнитостатики	279
Определение координат центра шара при невозможности его визуального наблюдения	279
Определение радиуса и магнитной проницаемости шара	280
Приложение I. Основные дифференциальные и интегральные формулы теории поля	290
Приложение II	294
§1. Объёмный (ньютонов) потенциал	294
§2.1 Потенциал простого слоя	320
§2.2. О нормальной производной потенциала простого слоя	327
§2.3. Свойства потенциала двойного слоя	333

§2.4 Предельные значения нормальной производной потенциала простого слоя	342
§2.5. О производных потенциала простого слоя	346
<i>Приложение III</i>	368
§1. Уравнения с вполне непрерывными операторами	368
Первая теорема Фредгольма	371
Вторая теорема Фредгольма	373
Третья теорема Фредгольма	373
Собственные значения и собственные элементы в.н.о.	375
Четвёртая теорема Фредгольма	376
Самосопряжённые вполне непрерывные операторы (с.с.в.н.о.)	377
§2. Свойства операторов поверхностных потенциалов	381
§3. Интегральные уравнения с полярным ядром	390
Список литературы	397