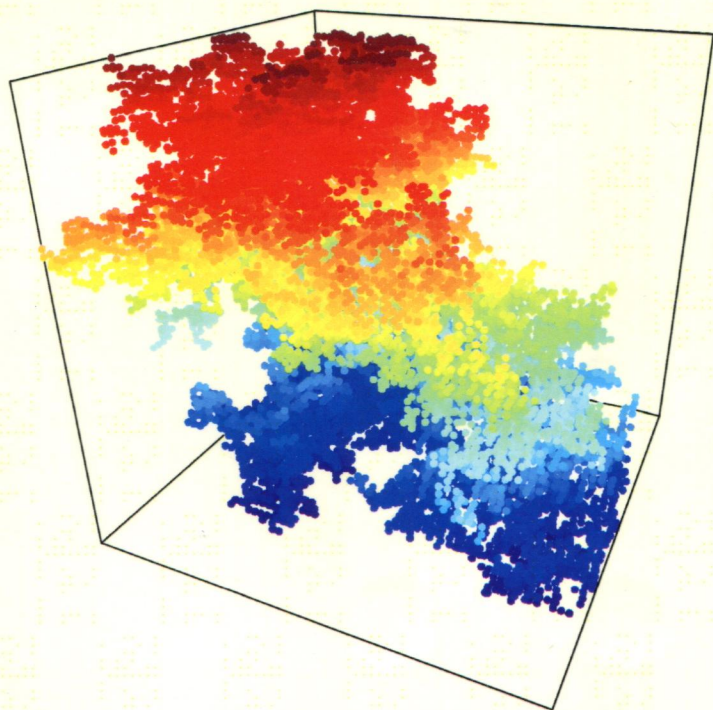


— П. В. Москалев —

# ПЕРКОЛЯЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРИСТЫХ СТРУКТУР



URSS

**П. В. Москалев**

# **ПЕРКОЛЯЦИОННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОРИСТЫХ СТРУКТУР**

Предисловие

доктора физико-математических наук, профессора  
*Ю. Ю. Тарасевича*



**URSS**

**МОСКВА**

**Москалев Павел Валентинович**

**Перколяционное моделирование пористых структур / Предисл.  
Ю. Ю. Тарасевича. — М.: ЛЕНАНД, 2018. — 240 с.**

Монография посвящена математическому моделированию внутренней структуры пористой среды и оценке ее основных характеристик на основе математической теории перколяции (протекания). Выполняется сравнительный анализ принципиальных моделей пористой среды с учетом стохастического характера ее внутренней структуры. Описывается реализация численных методов для моделирования решеточной перколяции в пористой среде. Исследуются взаимосвязи между основными показателями, характеризующими внутреннюю структуру пористой среды, и параметрами процесса протекания в этой среде. Рассматривается приложение описанных моделей и методов для исследования феномена гидравлического гистерезиса, наблюдаемого при инвазивной ртутной порометрии пористой среды.

Для научных работников, аспирантов и магистров, занимающихся исследованиями в области моделирования внутренней структуры и процессов протекания в пористой среде.

Формат 60×90/16. Печ. л. 15. Зак. № АО-455.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-4963-0

© ЛЕНАНД, 2017

22170 ID 227723



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
Введение . . . . .	7
<b>Глава 1. Моделирование пористых структур . . . . .</b>	<b>10</b>
1.1. Моделирование процесса фильтрации . . . . .	12
1.1.1. Система уравнений однофазной фильтрации (13). 1.1.2. Нарушение линейного закона фильтрации (15).	
1.2. Эффективные показатели пористой среды . . . . .	17
1.2.1. Осреднение показателей в пористой среде (17). 1.2.2. Распределение размеров в пористой среде (20). 1.2.3. Эмпирические показатели пористой среды (24). 1.2.4. Вероятностные характеристики пористой среды (26).	
1.3. Капиллярные модели пористых структур . . . . .	27
1.3.1. Системы капилляров постоянного сечения (27). 1.3.2. Многослойные системы капилляров (29). 1.3.3. Регулярные сетевые системы капилляров (32).	
1.4. Матричные модели пористых структур . . . . .	35
1.4.1. Регулярные системы сферических частиц (35). 1.4.2. Регулярные системы деформируемых частиц (37).	
1.5. Стохастические модели пористых структур . . . . .	39
1.5.1. Решеточные перколяционные модели (39). 1.5.2. Континуальные перколяционные модели (43). 1.5.3. Потенциальные перколяционные модели (46).	
1.6. Заключение . . . . .	48
<b>Глава 2. Моделирование фрактальных структур . . . . .</b>	<b>50</b>
2.1. Детерминированные системы итерированных функций . . . . .	50
2.2. Рандомизированные системы итерированных функций . . . . .	52
2.2.1. Четырехугольные протофракталы (53). 2.2.2. Трех- и шестиугольные протофракталы (56).	
2.3. Размерность фрактальных структур . . . . .	59
2.3.1. Топологическая размерность (59). 2.3.2. Размерность Хаусдорфа (61). 2.3.3. Размерность Минковского (62). 2.3.4. Раз-	

мерность подобия (65). 2.3.5. Скейлинговые соотношения (74). 2.3.6. Вероятностные размерности (80). 2.3.7. Массовая размер- ность (82).	
2.4. Заключение . . . . .	84
<b>Глава 3. Моделирование решеточной перколяции . . . . .</b>	<b>86</b>
3.1. Перколяция узлов на квадратной решетке . . . . .	87
3.1.1. Изотропные кластеры с $(1, 0)$ -окрестностью (88). 3.1.2. Изо- тропные кластеры с $(1, \pi)$ -окрестностью (91). 3.1.3. Анизотропные кластеры с $(1, 0)$ -окрестностью (95). 3.1.4. Анизотропные класте- ры с $(1, \pi)$ -окрестностью (98).	
3.2. Основные показатели процесса перколяции . . . . .	100
3.2.1. Порог перколяции (101). 3.2.2. Мощность перколяционного кластера (105). 3.2.3. Фрактальная размерность кластера (108). 3.2.4. Средний радиус кластера (121).	
3.3. Заключение . . . . .	124
<b>Глава 4. Моделирование броуновских функций . . . . .</b>	<b>127</b>
4.1. Свойства броуновских функций . . . . .	128
4.1.1. Обыкновенная броуновская функция (128). 4.1.2. Фракталь- ная броуновская функция (131).	
4.2. Последовательные случайные сложения . . . . .	134
4.2.1. Стандартный алгоритм Фосса (134). 4.2.2. Обобщенный ал- горитм Фосса (139).	
4.3. Анализ обобщенного алгоритма Фосса . . . . .	141
4.3.1. Дискретный спектральный анализ (141). 4.3.2. Непрерыв- ный вейвлетный анализ (144).	
4.4. Моделирование потенциальной перколяции . . . . .	153
4.5. Заключение . . . . .	157
<b>Глава 5. Моделирование гидравлического гистерезиса . . . . .</b>	<b>158</b>
5.1. Инвазивная ртутная порометрия . . . . .	159
5.2. Явление гидравлического гистерезиса . . . . .	160
5.2.1. Модель контактного гистерезиса (161). 5.2.2. Модель струк- турного гистерезиса (162).	
5.3. Модель перколяционного гистерезиса . . . . .	164
5.3.1. Перколяционная решетка и граничные условия (164). 5.3.2. Основные гипотезы и допущения (166). 5.3.3. Построение модели для отдельных реализаций (167). 5.3.4. Построение модели для выборочных совокупностей (169). 5.3.5. Моделирование перколяционного гистерезиса (171).	
5.4. Заключение . . . . .	173

Приложение А. <b>Отдельные прикладные программы</b> . . . . .	175
А.1. Средства реализации программ . . . . .	175
А.1.1. Язык описания <i>Asymptote</i> (175). А.1.2. Система анализа данных <i>R</i> (176).	
А.2. Построение префрактальных множеств . . . . .	176
А.2.1. Функции <i>«peanoSerp»</i> и <i>«peanoHilb»</i> (176). А.2.2. Функции <i>«brown2d»</i> и <i>«brown3d»</i> (177). А.2.3. Функция <i>«kochSq»</i> (178).	
А.3. Оценки фрактальной размерности. . . . .	179
А.3.1. Функции <i>«richApp»</i> и <i>«kolmApp»</i> (179). А.3.2. Функция <i>«boxCnt»</i> (179). А.3.3. Функция <i>«cortCnt»</i> (180). А.3.4. Функция <i>«hurstCnt»</i> (181). А.3.5. Функция <i>«fourDim»</i> (181). А.3.6. Функция <i>«minkMat»</i> (182).	
Приложение Б. <b>Библиотеки прикладных программ</b> . . . . .	183
Б.1. Библиотека <i>«RIFS»</i> . . . . .	183
Б.1.1. Функция <i>«plotR2pre»</i> (183). Б.1.2. Функция <i>«R2ngon»</i> (184). Б.1.3. Функция <i>«preRIFS»</i> (185). Б.1.4. Функция <i>«preRSum0»</i> (187).	
Б.2. Библиотека <i>«SPSL»</i> . . . . .	188
Б.2.1. Компилируемая функция <i>«ssTNd»</i> (189). Б.2.2. Функции <i>«ssi20»</i> и <i>«ssi30»</i> (189). Б.2.3. Функции <i>«ssa20»</i> и <i>«ssa30»</i> (191). Б.2.4. Функции <i>«ssi2d»</i> и <i>«ssi3d»</i> (192). Б.2.5. Функции <i>«ssa2d»</i> и <i>«ssa3d»</i> (195). Б.2.6. Функции <i>«fssi20»</i> и <i>«fssi30»</i> (197). Б.2.7. Функции <i>«fssa20»</i> и <i>«fssa30»</i> (198). Б.2.8. Функции <i>«fssi2d»</i> и <i>«fssi3d»</i> (199). Б.2.9. Функции <i>«fssa2d»</i> и <i>«fssa3d»</i> (200).	
Б.3. Библиотека <i>«SECP»</i> . . . . .	202
Б.3.1. Функции <i>«isc2s»</i> и <i>«isc3s»</i> (202). Б.3.2. Функции <i>«asc2s»</i> и <i>«asc3s»</i> (203). Б.3.3. Функции <i>«fdc2s»</i> и <i>«fdc3s»</i> (205). Б.3.4. Функции <i>«fds2s»</i> и <i>«fds3s»</i> (209).	
Б.4. Библиотека <i>«Voss»</i> . . . . .	213
Б.4.1. Функции <i>«voss1d»</i> и <i>«voss2d»</i> (213). Б.4.2. Функции <i>«voss1g»</i> и <i>«voss2g»</i> (214).	
Литература . . . . .	217