

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ



Б.С. Ксенофонтов  
К.В. Титов

# Очистка сточных вод

компьютерные технологии  
в решении задач флотации



УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

серия основана в 1996 г.



Б.С. КСЕНОФОНТОВ  
К.В. ТИТОВ

# ОЧИСТКА СТОЧНЫХ ВОД

## КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ФЛОТАЦИИ

УЧЕБНОЕ ПОСОБИЕ

Допущено  
Учебно-методическим объединением вузов Российской Федерации  
по университетскому политехническому образованию  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных заведений,  
обучающихся по направлению подготовки «Техносферная безопасность»  
(20.03.01 и 20.04.01)



Москва  
ИД «ФОРУМ» — ИНФРА-М  
2021

**УДК 628.31(075.8)**

**ББК 38.761.2я73**

**К86**

**Р е ц е н з е н т ы:**

**Акопян В.Б.**, доктор биологических наук, профессор, заведующий отделом Государственного научно-исследовательского института биосинтеза белковых веществ;

**Луканин А.В.**, доктор технических наук, профессор, генеральный директор НПП «Медбиопром»

**Ксенофонтов Б.С.**

**К86**      Очистка сточных вод: компьютерные технологии в решении задач флотации : учебное пособие / Б.С. Ксенофонтов, К.В. Титов. — Москва : ИД «ФОРУМ» : ИНФРА-М, 2021. — 240 с. — (Высшее образование).

ISBN 978-5-8199-0910-2 (ИД «ФОРУМ»)

ISBN 978-5-16-016001-6 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-105324-9 (ИНФРА-М, online)

Очистка сточных вод является неотъемлемой частью практически любого технологического процесса, и поэтому эта дисциплина является универсальной для подготовки разработчиков различных уровней и всех направлений (бакалавров, магистров, аспирантов). Важнейшее место в этом направлении занимает флотация, эффективность использования которой резко возрастает с применением компьютерных технологий.

В предлагаемом пособии основной акцент сделан на компьютерном изложении математических методов практического решения задач очистки сточных вод флотацией. В целом такой подход связан с созданием электронных ресурсов в образовании, методическим насыщением и встраиванием систем компьютерной математики в образовательные технологии вузов.

Ориентировано на бакалавров, магистрантов, аспирантов, преподавателей и специалистов, интересующихся компьютерной математикой в решении задач флотационной очистки сточных вод, и рекомендуется для обучающихся по укрупненной группе специальностей и направлений 20.00.00 «Техносферная безопасность и природоохранный менеджмент».

**УДК 628.31(075.8)**

**ББК 38.761.2я73**

ISBN 978-5-8199-0910-2 (ИД «ФОРУМ»)

ISBN 978-5-16-016001-6 (ИНФРА-М, print)

ISBN 978-5-16-105324-9 (ИНФРА-М, online)

© Ксенофонтов Б.С.,

Титов К.В., 2017

© ИД «ФОРУМ», 2017

# **Оглавление**

---

---

<b>Введение . . . . .</b>	<b>3</b>
<b>Глава 1. ОСНОВЫ ФЛОТАЦИОННОЙ ОЧИСТКИ СТОЧНЫХ ВОД . . . . .</b>	<b>6</b>
§ 1.1. Оборудование и технология флотационной очистки сточных вод . . . . .	6
§ 1.2. Последовательные процессы и кинетика флотации . . . . .	29
§ 1.3. Многостадийная модель кинетики флотации по Б.С. Ксенофонтову . . . . .	31
<b>Глава 2. КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ИЗУЧЕНИИ МЕТОДОВ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ ЗАДАЧ ФЛОТАЦИИ . . . . .</b>	<b>40</b>
§ 2.1. Жесткие системы дифференциальных уравнений, описывающих процессы флотации. Исследование на жесткость . . . . .	40
§ 2.2. Решение системы дифференциальных уравнений $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами, записанной в нормальной форме и имеющей кратные корни характеристического уравнения . . . . .	48
§ 2.3. Исследование устойчивости системы дифференциальных уравнений по критерию Гурвица . . . . .	60
2.3.1. Многочлен и определители Гурвица . . . . .	60
2.3.2. Пример определения устойчивости системы дифференциальных уравнений по критерию Гурвица . . . . .	67

2.3.3.	Теорема вычетов . . . . .	72
2.3.4.	Экспериментальная проверка некоторых теорем теории функций комплексного переменного . . . . .	88
2.3.5.	Определение числа корней в полуплоскости . . . . .	92
2.3.6.	Приложения теории функций комплексной переменной в технике . . . . .	97
§ 2.4.	Решение системы дифференциальных уравнений в среде Maple, представляемое в общем случае рядом . . . . .	104
2.4.1.	Метод решения системы линейных дифференциальных уравнений . . . . .	104
2.4.2.	Системы дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и правой частью . . . . .	108
2.4.3.	Системы дифференциальных уравнений с переменными коэффициентами и правой частью . . . . .	114
2.4.4.	Нелинейные системы дифференциальных уравнений . . . . .	120
§ 2.5.	Представление в СКМ моделей флотации . . . . .	125
2.5.1.	Модель флотации. Численный расчет . . . . .	125
2.5.2.	Нестационарные модели флотации . . . . .	129
2.5.3.	Модель флотации взвешенных частиц . . . . .	136
2.5.4.	Модель флотации взвешенных частиц с учетом явления коалесценции . . . . .	144
§ 2.6.	Теория решения краевых задач методом припасовывания . . . . .	154
2.6.1.	Пример решения краевых задач методом припасовывания . . . . .	164
<b>Глава 3.</b>	<b>МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАДАЧ ФЛОТАЦИИ . . . . .</b>	<b>186</b>
§ 3.1.	Определение устойчивости флотационной модели по критерию Гурвица . . . . .	186
§ 3.2.	Графическое построение области устойчивости параметров флотационной модели . . . . .	195
§ 3.3.	Модель флотации и ее решение в пакете <i>linalg</i> . . . . .	197
§ 3.4.	Критерии выбора параметров модели флотации . . . . .	207
§ 3.5.	Имитационная модель флотации в MatLAB . . . . .	213

§ 3.6. Интерактивная имитационная модель кинетики бактериального выщелачивания . . . . .	214
§ 3.7. Имитационное моделирование и операторный метод анализа процессов флотационной очистки воды . . . . .	220
§ 3.8. Оптимизация по критерию качества задачи флотационной очистки воды . . . . .	227
<b>Заключение . . . . .</b>	<b>234</b>
<b>Литература . . . . .</b>	<b>235</b>