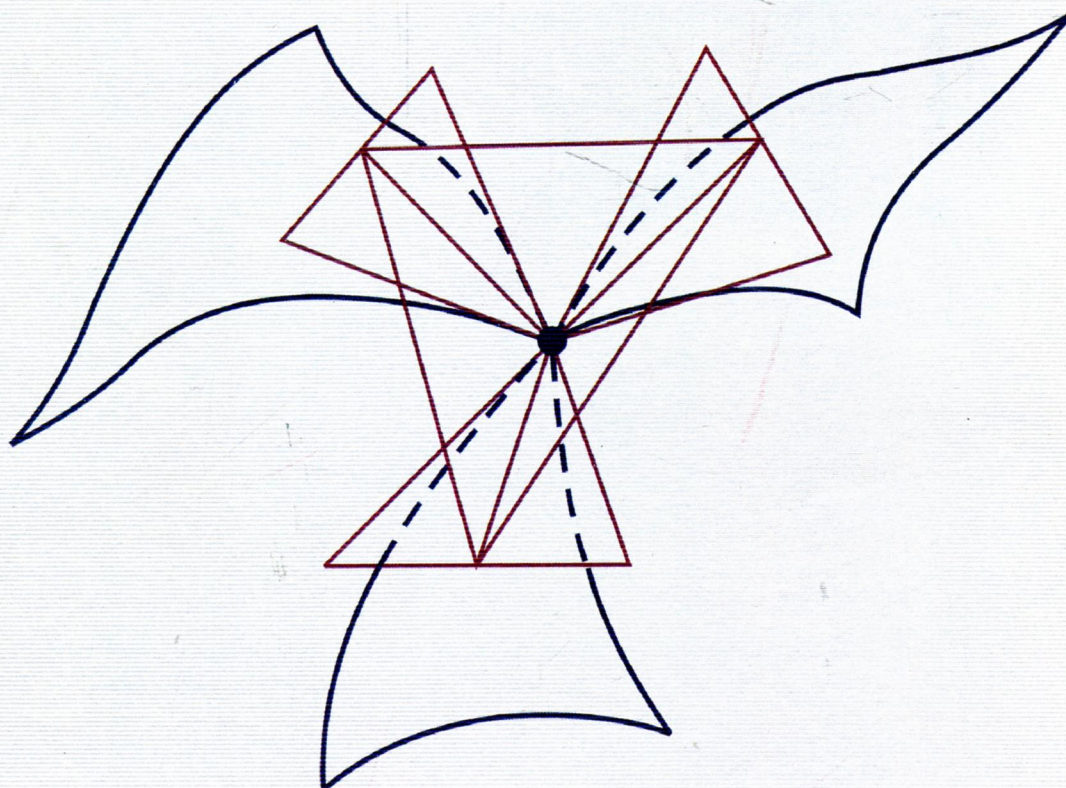


М. А. Акивис, А. М. Шелехов

**МНОГОМЕРНЫЕ
ТРИ-ТКАНИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**



ТВЕРЬ 2010

Федеральное агентство по образованию
Государственное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Тверской государственный университет»

М.А. Акивис, А.М. Шелехов

**МНОГОМЕРНЫЕ ТРИ-ТКАНИ
И ИХ ПРИЛОЖЕНИЯ**

Монография

Тверь 2010

УДК 514.763.7
ББК В151.62
А 39

Аквивис М.А., Шелехов А.М.

А 39 Многомерные три-ткани и их приложения: Монография. — Тверь: Твер. гос. ун-т, 2010. — 308 с., ил. 75.

ISBN 978-5-7609-0577-2

Книга включает теорию многомерных три-тканей, ее приложения к теории гладких квазигрупп и луп, теории $(n + 1)$ -тканей, теории тканей, образованных слоения разных размерностей, к некоторым вопросам теоретической физики. Каждая глава сопровождается набором задач и примечаниями исторического характера.

Книга предназначена для студентов старших курсов и аспирантов, специализирующихся по дифференциальной геометрии и ее приложениям, а также для научных работников и преподавателей.

УДК 514.763.7
ББК В151.62

ISBN 978-5-7609-0577-2

© М.А.Аквивис, А.М.Шелехов, 2010
© Тверской государственный университет, 2010

ОГЛАВЛЕНИЕ

Глава 1. ТРИ-ТКАНИ И СВЯЗАННЫЕ С НИМИ ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ	7
§ 1.1. G -структуры, расслоения и слоения	7
§ 1.2. Три-ткань на гладком многообразии	9
§ 1.3. Геометрия касательного пространства многомерной три-ткани	11
§ 1.4. Структурные уравнения многомерной три-ткани	14
§ 1.5. Параллелизуемые и групповые три-ткани	19
§ 1.6. Вычисление тензоров кручения и кривизны три-ткани	22
§ 1.7. Каноническая связность Черна на три-ткани	24
§ 1.8. Другие связности, присоединенные к три-ткани	27
§ 1.9. Подткани многомерных три-тканей	32
Задачи	36
Примечания	40
Глава 2. АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ СТРУКТУРЫ, СВЯЗАННЫЕ С ТРИ-ТКАНЯМИ	41
§ 2.1. Квазигруппы и лупы	41
§ 2.2. Конфигурации на полных три-тканях	43
§ 2.3. Тожества в координатных лупах и условия замыкания	47
§ 2.4. Локальные гладкие лупы и их касательные алгебры	52
§ 2.5. Касательные алгебры многомерной три-ткани	57
§ 2.6. Канонические координаты в локальной аналитической лупе	59
§ 2.7. Алгебраические свойства связности Черна	64
Задачи	68
Примечания	73
Глава 3. ТРАНСВЕРСАЛЬНО-ГЕОДЕЗИЧЕСКИЕ И ИЗОКЛИННЫЕ ТРИ-ТКАНИ	75
§ 3.1. Трансверсально-геодезические и шестиугольные три-ткани	75
§ 3.2. Изоклинные три-ткани	78
§ 3.3. Грассмановы три-ткани	82
§ 3.4. Почти грассманова структура, связанная с три-тканью. Проблемы грассманизуемости и алгебраизуемости	86
§ 3.5. Изоклинно-геодезические три-ткани. Три-ткани над алгебрами	89
Задачи	93
Примечания	94

Глава 4. ТРИ-ТКАНИ БОЛА И МУФАНГ	95
§ 4.1. Три-ткани Бола	95
§ 4.2. Изоклинные три-ткани Бола	102
§ 4.3. Шестимерные три-ткани Бола	106
§ 4.4. Три-ткани Муфанг	114
§ 4.5. Три-ткани Муфанг минимальной размерности	120
Задачи	123
Примечания	125
Глава 5. ЗАМКНУТЫЕ G-СТРУКТУРЫ, СВЯЗАННЫЕ С ТРИ-ТКАНЯМИ	126
§ 5.1. Замкнутые G -структуры на гладком многообразии	126
§ 5.2. Замкнутые G -структуры, определяемые многомерными три-тканями	129
§ 5.3. Четырехмерные шестиугольные три-ткани	133
§ 5.4. Замкнутость структуры, определяемой многомерной шестиугольной три-тканью	136
§ 5.5. Три-ткани и тождества в лупах	139
Задачи	143
Примечания	146
Глава 6. АВТОМОРФИЗМЫ ТРИ-ТКАНЕЙ	147
§ 6.1. Автотопии квазигрупп и три-тканей	147
§ 6.2. Инфинитезимальные автоморфизмы три-тканей	152
§ 6.3. Регулярные инфинитезимальные автоморфизмы три-тканей	157
§ 6.4. G -ткани	160
§ 6.5. Автоморфизмы криволинейных три-тканей	163
Задачи	166
Примечания	167
Глава 7. ГЕОМЕТРИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНОЙ ОКРЕСТНОСТИ ЧЕТВЕРТОГО ПОРЯДКА ТРИ-ТКАНИ	168
§ 7.1. Внутренние отображения в координатных лупах	168
§ 7.2. Алгебраическая характеристика касательной W_4 -алгебры три-ткани	173
§ 7.3. Три-ткани с эластичными координатными лупами	176
§ 7.4. Некоторые специальные классы многомерных три-тканей	181
§ 7.5. О классификации криволинейных три-тканей	190
Задачи	197
Примечания	198
Глава 8. d-ТКАНИ КОРАЗМЕРНОСТИ r	199
§ 8.1. $(n + 1)$ -ткани на многообразии размерности nr	199
§ 8.2. $(n + 1)$ -ткани на грассмановом многообразии	201
§ 8.3. $(n + 1)$ -ткани и почти грассмановы структуры	206
§ 8.4. Трансверсально-геодезические и изоклинные $(n + 1)$ -ткани	208
§ 8.5. d -ткани на многообразии размерности nr	211
§ 8.6. О проблеме алгебраичности многомерных d -тканей	216
§ 8.7. О проблеме ранга d -тканей	219
Задачи	222
Примечания	223

Приложение 1. АЛГЕБРАИЧЕСКИЙ И ГЕОМЕТРИЧЕСКИЙ АСПЕКТЫ	
ТЕОРИИ ТРИ-ТКАНЕЙ, ОБРАЗОВАННЫХ СЛОЕНИЯМИ РАЗНЫХ	
РАЗМЕРНОСТЕЙ (Г.А. Толстихина)	
	225
§ 1. Локальный координатный группоид три-ткани $W(p, q, r)$	225
1. Уравнение три-ткани $W(p, q, r)$ (225). 2. Локальный координатный группоид три-ткани $W(p, q, r)$ (227). 3. Эквивалентность три-тканей $W(p, q, r)$ (227). 4. Изотопия координатных группоидов три-тканей $W(p, q, r)$ (227).	
§ 2. Три-ткани $W(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$	228
1. $(n + 1)$ -ткань коразмерности λ , ассоциированная с три-тканью $W(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (228). 2. $(m + 1)$ -ткани и $(l + 1)$ -ткани коразмерности λ , индуцируемые на слоях три-ткани $W(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (233). 3. Координатный моноид три-ткани $W(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (235).	
§ 3. Обобщенные три-ткани Рейдемейстера	238
1. Обобщенные конфигурации Рейдемейстера на ткани $W(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (238). 2. Сердцевина ткани $WR(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (239). 3. Тожество обобщенной ассоциативности (242). 4. Групповая $(n + 1)$ -ткань, индуцируемая три-тканью $WR(\lambda l, \lambda m, \lambda(l + m - 1))$ (244).	
§ 4. Три-ткани, определяемые группами Ли преобразований	247
1. Определение три-ткани $GW(p, q, q)$ (247). 2. Обобщенные конфигурации Рейдемейстера на три-ткани $GW(p, q, q)$ (247). 3. Сердцевина три-ткани $GW(p, q, q)$ (250). 4. Три-ткани, порождаемые аффинной и проективной группами на плоскости (252). 5. Сердцевина три-ткани $GW(p, mp, mp)$ (254).	
§ 5. Три-ткани, определяемые квазигруппами Бола преобразований	254
1. Определение три-ткани $B_l(p, q, q)$ (254). 2. Локальные симметрии на три-ткани $B_l(p, q, q)$ (258). 3. Обобщенные левые конфигурации Бола на три-ткани $W(p, q, q)$ (258). 4. Тожество обобщенной альтернативности (260).	
Приложение 2. ГЕОМЕТРИЯ ТКАНЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ ФИЗИКА	
(Е.В. Фералонтов)	
	264
§ 1. Геометрия тканей и системы гидродинамического типа	264
§ 2. Интегрирование слабо нелинейных полугамильтоновых систем гидродинамического типа методами теории тканей	267
§ 3. О ранге ткани и инвариантах волновых систем	271
Список литературы	275
Предметный указатель	300