

А. Я. Александров, Ю. И. Соловьев

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ
ЗАДАЧИ
ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

А. Я. АЛЕКСАНДРОВ, Ю. И. СОЛОВЬЕВ

ПРОСТРАНСТВЕННЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ
ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ
КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО



МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
1978

Александров А. Я., Соловьев Ю. И.,
Пространственные задачи теории упругости (при-
менение методов теории функций комплексного
переменного). — М.: Наука. Главная редакция
физико-математической литературы, 1978, 464 стр.

Книга содержит систематическое изложение методов решения пространственных задач теории упругости при помощи аппарата аналитических и обобщенных аналитических функций. Описываются методы, позволившие распространить этот аппарат, ранее широко применявшийся для решения плоских задач, на пространственные задачи.

Излагаются решения ряда осесимметричных и других пространственных задач. В ряде случаев решение задач доводится до конца чисто аналитическим путем. В общем случае решение на определенном этапе сводится к численному счету. Приводятся примеры как чисто аналитического, так и численного решения таких задач.

Книга рассчитана на научных работников, инженеров и студентов, занимающихся механикой твердого деформируемого тела.

Табл. 5, илл. 65, библи. 189.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Р а з д е л I	
ПРИЛОЖЕНИЕ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО К РЕШЕНИЮ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ	
Глава I. Зависимости между пространственными и некоторыми двумерными напряженными состояниями, получаемые путем интегральных наложений	9
§ 1. Основные уравнения теории упругости. Вспомогательные двумерные состояния	10
§ 2. Связь между пространственными и вспомогательными двумерными состояниями для конечных тел без полостей	15
§ 3. Связь между пространственными и двумерными состояниями для упругого пространства с полостями конечных размеров, а также упругого слоя и полупространства	27
§ 4. Обобщение на случай трансверсально-изотропной и неоднородной среды. Действие сосредоточенной силы на полупространство с переменным по глубине модулем упругости	36
§ 5. О некоторых других формах зависимостей между пространственными и плоскими задачами	44
Глава II. Решение осесимметричных задач при помощи аналитических функций комплексного переменного	49
§ 6. Выражения перемещений и напряжений конечного односвязного тела вращения без полостей через интегралы от аналитических функций	50
§ 7. Выражения перемещений и напряжений в случае односвязного конечного или бесконечного тела с внутренними полостями	59
§ 8. Решение в рядах осесимметричных задач для сферы и упругого пространства со сферической полостью	66
§ 9. Решение осесимметричных задач для сферы в квадратурах	70
§ 10. Действие на сферу и сферическую полость сосредоточенных (распределенных по окружности) нагрузок	77
§ 11. Сферический разрез в упругом пространстве	87
§ 12. Периодическая осесимметричная задача для пространства с бесконечной системой сферических полостей. Упругое пространство с двумя сферическими полостями	100

§ 13. Представление напряжений и перемещений контурными интегралами. Приведение осесимметричных граничных задач к интегральным уравнениям первого рода	106
Глава III. Неосесимметричные задачи для тел вращения	116
§ 14. Представление перемещений и напряжений неосесимметрично нагруженного тела вращения через аналитические функции комплексного переменного	117
§ 15. Первая и вторая основные задачи теории упругости для полупространства	128
§ 16. Основная смешанная задача для полупространства при круговой линии раздела граничных условий. Давление на полупространство кругового в плане штампа. Упругое пространство с плоским круговым разрезом.	136
§ 17. Неосесимметричные задачи для сферы и пространства со сферической полостью	146
§ 18. Эллипсоид вращения и эллипсоидальная полость в упругом изотропном пространстве	154
§ 19. Учет объемных сил и температурных деформаций	162
Глава IV. Трансверсально-изотропная среда. Статические и стационарные динамические задачи	169
§ 20. Основные представления для трансверсально-изотропных тел	169
§ 21. Внешняя и внутренняя задачи для трансверсально-изотропных сферы и эллипсоида вращения	179
§ 22. Трансверсально-изотропные параболоид и двуполостный гиперболоид вращения	188
§ 23. Некоторые осесимметричные стационарные динамические задачи теории упругости для изотропных и трансверсально-изотропных тел	195
Глава V. Применение аналитических функций комплексного переменного к решению задач теории упругости для неосесимметричных тел	202
§ 24. Некоторые обобщения метода интегральных положений в случае неосесимметричных тел	203
§ 25. Примеры. Периодическая задача для упругого винта. Трехосный эллипсоид	212
§ 26. Некоторые другие формы использования функций комплексного переменного и их обобщений для решения пространственных задач теории упругости	223
Раздел II	
РЕШЕНИЕ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ ПРИ ПОМОЩИ ОБОБЩЕННЫХ АНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО	
Глава VI. Обобщенные аналитические функции, определяющие осесимметричные поля	234
§ 27. Основные понятия и обозначения	234
§ 28. Одна форма связей между аналитическими и обобщенными аналитическими функциями. Некото-	

рые полные системы обобщенных аналитических функций	247
§ 29. Аналоги комплексного логарифма. Их производные и интегралы	255
§ 30. Обобщенная формула Коши. Обобщенное ядро Коши	263
§ 31. Обобщенные интегралы типа Коши	277
Глава VII. Применение обобщенных аналитических функций к решению осесимметричных задач теории упругости	290
§ 32. Представление общего решения осесимметричной задачи для изотропных тел при помощи обобщенных аналитических функций	291
§ 33. Приведение основных задач теории упругости к граничным задачам для обобщенных аналитических функций	301
§ 34. Внешняя и внутренняя задачи для осесимметрично нагруженного тора	315
§ 35. Осесимметричные задачи для параболоида и гиперболоидов вращения	324
§ 36. Приведение первой и второй основных задач для односвязных тел вращения без полостей к интегральным уравнениям	333
§ 37. Исследование ядра и решения интегрального уравнения	340
§ 38. Интегральные уравнения для решения первой и второй основных задач в случае тела с полостями	354
§ 39. Приведение основной смешанной задачи к сингулярному интегральному уравнению	368
§ 40. Осесимметричные задачи для трансверсально-изотропных тел	382
Глава VIII. Использование связей между аналитическими и обобщенными аналитическими функциями. p-аналитические функции	390
§ 41. Операторы S и S^{-1} на кусочно-гладкой кривой	391
§ 42. Соответствие между аналитическими и обобщенными аналитическими функциями	398
§ 43. Представление осесимметричных перемещений через аналитические функции в случае многосвязных тел	412
§ 44. Выведение функции $\psi_*(\sigma)$ из-под знака интеграла в формулах граничных условий. Осесимметричная задача для полой сферы	416
§ 45. Действие сил, осесимметрично распределенных по плоским и цилиндрическим поверхностям внутри упругого пространства и полупространства	427
§ 46. Некоторые сведения о p -аналитических функциях и их применениях к задачам теории упругости	435
Литература	450