

Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц

---

**ФУНКЦИИ  
КОМПЛЕКСНОГО  
ПЕРЕМЕННОГО  
С ЭЛЕМЕНТАМИ  
ОПЕРАЦИОННОГО  
ИСЧИСЛЕНИЯ**

---

*Примеры  
и задачи с ответами*



Г. Л. Лунц, Л. Э. Эльсгольц

**ФУНКЦИИ  
КОМПЛЕКСНОГО  
ПЕРЕМЕННОГО  
С ЭЛЕМЕНТАМИ  
ОПЕРАЦИОННОГО  
ИСЧИСЛЕНИЯ**

Издание третье



URSS  
МОСКВА

ББК 22.1я73 22.161 22.162

**Луиц Григорий Львович, Эльсгольц Лев Эрнестович**  
**Функции комплексного переменного с элементами операционного**  
**исчисления. Изд. 3-е. — М.: ЛЕНАНД, 2017. — 304 с.**

В этой книге излагаются основные элементарные факты теории функций комплексного переменного и ряд приложений этой теории (к электростатике, гидродинамике и др.), а также элементы операционного исчисления и его приложения к интегрированию обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами и некоторых других типов уравнений.

Книга рассчитана на студентов вузов и инженеров.

Формат 60×90/16. Печ. л. 19. Зак. № АХ-292.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-4196-2

© ЛЕНАНД, 2016

13677 ID 223268



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	6
<b>Глава I. Алгебраические действия над комплексными числами</b> . . . . .	<b>7</b>
§ 1. Комплексные числа . . . . .	7
§ 2. Действия над комплексными числами . . . . .	10
Задачи к главе I . . . . .	17
<b>Глава II. Основные понятия теории функций комплексного аргумента</b> . . . . .	<b>18</b>
§ 1. Функции комплексного аргумента . . . . .	18
§ 2. Предел последовательности . . . . .	23
§ 3. Предел функции. Непрерывность . . . . .	26
Задачи к главе II . . . . .	29
<b>Глава III. Основные трансцендентные функции</b> . . . . .	<b>30</b>
§ 1. Показательная, тригонометрические и гиперболические функции . . . . .	30
§ 2. Логарифм и обратные тригонометрические функции . . . . .	35
Задачи к главе III . . . . .	41
<b>Глава IV. Производная</b> . . . . .	<b>43</b>
§ 1. Аналитическая функция . . . . .	43
§ 2. Связь аналитических функций с гармоническими . . . . .	48
§ 3. Аргумент и модуль производной. Конформное отображение . . . . .	51
Задачи к главе IV . . . . .	56
<b>Глава V. Интегрирование по комплексному аргументу</b> . . . . .	<b>58</b>
§ 1. Интеграл от функции комплексного переменного . . . . .	58
§ 2. Теорема Коши . . . . .	64
§ 3. Вычисление интеграла от аналитической функции . . . . .	67
§ 4. Интегралы вида $\int_C \frac{dz}{(z-a)^n}$ . . . . .	71
§ 5. Интеграл Коши . . . . .	75
§ 6. Производные высших порядков от аналитической функции . . . . .	82

## ОГЛАВЛЕНИЕ

§ 7. Теорема Морера . . . . .	86
Задачи к главе V . . . . .	88
<b>Глава VI. Ряды . . . . .</b>	<b>90</b>
§ 1. Числовые ряды . . . . .	90
§ 2. Функциональные ряды . . . . .	91
§ 3. Степенные ряды . . . . .	98
§ 4. Ряд Тейлора . . . . .	102
§ 5. Теорема единственности и аналитическое продолжение . . . . .	108
§ 6. Ряд Лорана . . . . .	111
§ 7. Изолированные особые точки . . . . .	121
§ 8. Некоторые приемы разложения функций в ряд Лорана . . . . .	129
Задачи к главе VI . . . . .	130
<b>Глава VII. Теория вычетов . . . . .</b>	<b>133</b>
§ 1. Основная теорема о вычетах . . . . .	133
§ 2. Вычет относительно полюса . . . . .	136
§ 3. Логарифмические вычеты . . . . .	139
§ 4. Вычисление определенных интегралов с помощью теории вычетов . . . . .	144
Задачи к главе VII . . . . .	156
<b>Глава VIII. Конформное отображение . . . . .</b>	<b>158</b>
§ 1. Некоторые общие теоремы . . . . .	158
§ 2. Линейная функция . . . . .	160
§ 3. Функция $w = \frac{1}{z}$ . . . . .	163
§ 4. Дробно-линейная функция . . . . .	164
§ 5. Степенная функция . . . . .	176
§ 6. Профили Жуковского . . . . .	186
§ 7. Показательная и логарифмическая функции . . . . .	189
§ 8. Конформное отображение полуплоскости на прямоугольник и многоугольник . . . . .	197
§ 9. Понятие о вариационных методах приближенного конформного отображения . . . . .	208
§ 10. Принцип симметрии . . . . .	213
Задачи к главе VIII . . . . .	214
<b>Глава IX. Комплексный потенциал . . . . .</b>	<b>219</b>
§ 1. Плоско-параллельные векторные поля . . . . .	219
§ 2. Комплексный потенциал . . . . .	220
§ 3. Комплексный потенциал в гидродинамике . . . . .	226
§ 4. Задачи на обтекание . . . . .	232
§ 5. Теорема Н. Е. Жуковского о подъемной силе . . . . .	242
§ 6. Комплексный потенциал в электростатике и термодинамике . . . . .	246
Задачи к главе IX . . . . .	252
<b>Глава X. Применение теории логарифмических вычетов к исследованию устойчивости движения . . . . .</b>	<b>253</b>
§ 1. Основные понятия теории устойчивости . . . . .	253
§ 2. Признак отрицательности действительных частей всех корней многочлена . . . . .	257

§ 3. Исследование на устойчивость решений дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом . . .	260
Задачи к главе X . . . . .	269
Глава XI. Некоторые сведения из операционного исчисления . . . . .	270
§ 1. Преобразование Лапласа и его основные свойства . .	270
§ 2. Интегрирование обыкновенных линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами . .	280
§ 3. Интегрирование некоторых линейных дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом . . . .	283
§ 4. Интегрирование некоторых дифференциальных уравнений в частных производных . . . . .	284
§ 5. Разложение изображения в асимптотический ряд . . .	286
Задачи к главе XI . . . . .	289
Ответы к задачам . . . . .	290
Цитированная литература . . . . .	297
Рекомендуемая литература . . . . .	298

---