

В.К. МАЛИНОВСКИЙ

**МОДЕЛИ
ДОЛГОСРОЧНОГО
СТРАХОВОГО
ПЛАНИРОВАНИЯ**

В.К. Малиновский

Модели долгосрочного страхового планирования

Ценовая конкуренция и регулирование
финансовой устойчивости



«ЯНУС-К»
Москва
2020



«Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований
по проекту № 20-110-00034, не подлежит продаже».

УДК 52
ББК 22.6г
М 19

М 19 **В.К. Малиновский.** Модели долгосрочного страхового планирования. *Ценовая конкуренция и регулирование финансовой устойчивости.* – М.: Изд-во «Янус-К», 2020, 392 с., илл.

ISBN 978-5-8037-0799-8

В книге рассмотрены математические модели планирования работы страховых компаний на конкурентном и регулируемом рынке. Акцент делается на ценовой конкуренции, приводящей к миграции страхователей, и на страховых циклах, чреватых кризисами неплатежеспособности.

Цели компании могут меняться со временем в зависимости от ее положения на доходном или убыточном страховом рынке. Модели управления в условиях меняющегося рынка, связанные друг с другом, дают единую, интегральную модель долгосрочного управления компанией.

Книга предназначена специалистам в области страхового планирования и регулирования финансовой устойчивости. Она может служить учебным пособием для студентов страховых специальностей, имеющих математическую подготовку, и для студентов математических специальностей, интересующихся страховыми приложениями.

V.K. Malinovskii. Insurance Planning Models. *Price Competition and Regulation of Financial Stability.* – М.: «Janus-K», 2020, 392 P.

This book is devoted to insurance planning models for the companies operating in a competitive and regulated market. The emphasis is on the price competition leading to migration of policyholders and on insurance cycles fraught with insolvency crises.

The company's goals may change over time, depending on its position in the profitable or unprofitable insurance market. The models in a changing market, interconnected with each other, provide an integral model of long-term company management.

The book is intended for insurance managers and regulators. It can be a textbook for students having a mathematical background and studying insurance economics, and for students studying insurance mathematics.

© Малиновский В.К., 2020

ISBN 978-5-8037-0799-8

Оглавление

Предисловие	10
Часть I Экономические основы	
1 Введение: регулируемый конкурентный страховой рынок	19
1.1 Конкурентная страховая система и ее регулирование	19
1.1.1 Почему страховая защита возможна	20
1.1.2 Фундаментальные принципы эквивалентности и платежеспособности	21
1.1.3 Конкурентный и монопольный страховые рынки ...	22
1.1.4 Стороны, образующие страховую систему: страховщики, страхователи и регулирующие органы	23
1.2 Участники бизнеса страховой компании: акционеры, менеджеры и страхователи	24
1.3 Стратегические интересы страховщиков, занимающихся страхованием не-жизни	27
1.4 Аспекты современного страхового регулирования	29
1.4.1 Сведения из практики страхового регулирования ...	32
1.4.2 Меры по гармонизации регулирования платежеспособности	38
1.4.3 Неопределенности, внешние по отношению к страховому бизнесу	43
1.4.4 Неопределенности, внутренние по отношению к страховому бизнесу, и его цикличность	45
1.5 Динамические модели регулирования и управления	52
1.5.1 Необходимость моделирования	52

1.5.2	Модель коллективных рисков Лундберга	54
1.5.3	Достоинства и недостатки модели коллективных рисков	64
1.5.4	Диффузионная модель риска: полезный вспомогательный инструмент	73
1.5.5	Программа построения модели многолетнего управляемого страхового процесса	74
1.5.6	Имитационный и аналитический методы	79
1.5.7	Компромисс между имитационными и аналитическими методами	81
2	Конкурентный страховой рынок и сложные рефлексивные системы	83
2.1	Ценовая конкуренция и страховые циклы	83
2.1.1	Страховая система	83
2.1.2	Регулируемый страховой рынок и страховые циклы	84
2.1.3	Регулирование в краткосрочной и долгосрочной перспективах	87
2.1.4	Основные факторы интегральной модели	88
2.1.5	Факторы, используемые в количественном анализе	89
2.2	Циклы, порожденные конкуренцией: видимые проявления	90
2.2.1	Четверти циклов и периоды стабильности	90
2.2.2	Движущие силы циклов и две основные причинно-следственные связи	92
2.2.3	Отсутствие равновесия, стратегии и реакция всего рынка	94
2.2.4	Является ли страховая система примером сложной рефлексивной системы?	96
2.3	Течение цикла, порожденного конкуренцией, и основные факторы, порождающие цикличность	102
2.3.1	Краткое описание естественного течения исторического процесса	103
2.3.2	Как читать мысли страхового рынка	106
2.3.3	Рост, рентабельность, платежеспособность и минимальные к ней требования	108
 Часть II Математические модели		
3	Интегральная модель страхового процесса	113
3.1	Критерии выбора математической модели	113
3.1.1	Общие критерии	113

3.1.2	Математический формализм в описании модели . . .	115
3.2	Многолетние сценарии для цен рынка и фундаментальных рисков	116
3.2.1	Цены рынка в многолетних периодах	116
3.2.2	Что же такое цена рынка?	118
3.2.3	Полная и неполная информация о ценах рынка . . .	121
3.3	Модель многолетнего страхового процесса	124
3.3.1	Однолетний вероятностный механизм страхования .	125
3.3.2	Однолетние управляющие правила и многолетние стратегии управления	127
3.3.3	Математическая модель многолетнего управляемого процесса	129
3.4	Модели с длиной памяти и марковские модели	131
3.4.1	Марковские и немарковские модели	131
3.4.2	Марковские модели с полной информацией	133
3.4.3	Марковские модели с неполной информацией	142
3.5	Рост сложности и перевод сложности из одной формы в другую	145
4	Вероятностные механизмы страхования в однолетних моделях	147
4.1	Миграция страхователей и переменный объем портфеля . .	147
4.1.1	Однолетняя функция миграции	149
4.1.2	Процесс изменения объема портфеля	158
4.1.3	Стохастические функции миграции	159
4.2	Однолетний рисковый резерв	162
4.3	Однолетняя вероятность разорения	164
4.4	Однолетний капитал неразорения	165
4.5	Годовая внутренняя стоимость компании	167
5	Рост, рентабельность и платежеспособность компании: оценка финансового положения за один год	169
5.1	Аналитический метод оценки платежеспособности компании и ее привлекательности для инвесторов	169
5.1.1	Асимптотические оценки для капитала неразорения	171
5.1.2	Асимптотические оценки для однолетней внутренней стоимости компании	173
5.2	Дефектность упрощенной меры внутренней стоимости компании	179
5.3	Настройка многолетних частных моделей в зависимости от целей бизнеса и от условий на рынке	184

5.4	Расширение результатов на произвольно распределенные величины выплат	187
6	Компания, стремящаяся к извлечению прибыли на доходном рынке с низкой конкуренцией	189
6.1	Чего желает страховщик, стремящийся к извлечению прибыли на доходном рынке с низкой конкуренцией?	189
6.2	Описание множества допустимых цен	194
6.2.1	Влияние доходности рынка	195
6.2.2	Влияние формы функции миграции	197
6.3	Поиск оптимальных цен среди допустимых	198
6.3.1	Высокодоходный рынок	198
6.3.2	Умеренно доходный рынок	198
6.4	Заключительные замечания	199
6.4.1	Какова ошибка при использовании оценки?	199
6.4.2	Всегда ли нужно выбирать цены, максимизирующие внутреннюю стоимость?	199
6.4.3	Влияние временной скорости миграции	200
7	Компания, стремящаяся к извлечению прибыли на доходном рынке с высокой конкуренцией	201
7.1	Что заботит страховщика, стремящегося к извлечению прибыли на доходном рынке с высокой конкуренцией?	201
7.2	Однолетнее управление и анализ роста, рентабельности и платежеспособности	203
7.2.1	Многолетняя модель и цели однолетнего управления	203
7.2.2	Внутренняя стоимость и ее оптимистичный и пессимистичный прогноз	210
7.3	Некоторые выводы	212
8	Выбор цен, когда рынок находится в условиях, близких к равновесным	215
8.1	Условия, близкие к равновесным: система, состоящая из компаний, стремящихся к стабильности	215
8.2	Источники неопределенности и ее последствия	217
8.2.1	Почему в условиях, близких к равновесным, цены рынка иногда могут опускаться ниже себестоимости страхования?	218
8.2.2	Почему в условиях, близких к равновесным, цены рынка колеблются вокруг себестоимости?	219
8.2.3	Потери при неоправдавшихся оптимистических и пессимистических ожиданиях	221

8.2.4	Влияние объема портфеля	223
8.2.5	Дополнительное влияние миграции	224
8.3	Однолетнее управление для компании, стремящейся к стабильности	224
8.3.1	Ограничения на замороженный капитал	224
8.3.2	Ограничения на недооцененный капитал	225
8.3.3	Максимизация внутренней стоимости в интервале допустимых цен	226
8.3.4	Влияние миграции на выбор цен	227
9	Как агрессивно растущая компания становится неплатежеспособной	229
9.1	Как агрессор может погубить себя сам?	229
9.1.1	Опасность быстрого роста	229
9.1.2	Дефолт и неожиданность его наступления	230
9.1.3	Моделирование того, как рациональная стратегия может привести к дефолту	231
9.2	Многолетняя модель агрессивно растущей компании	232
9.2.1	Две рациональные стратегии роста агрессивной компании	233
9.2.2	Фонд стратегического роста и однолетние чистые доходы	234
9.3	Анализ рациональной стратегии $\bar{\gamma}$	236
9.3.1	Однолетний чистый доход при стратегии $\bar{\gamma}$	236
9.3.2	Два иллюстративных примера	238
10	Активная защита крупного страховщика от агрессивного новичка	245
10.1	Как врыться ниже под подкоп?	245
10.2	Сравнительный <i>PPP</i> -анализ двух конкурирующих компаний	247
10.2.1	Модель двух конкурирующих компаний	247
10.2.2	Снижение цен до или ниже себестоимости, если качество риска одинаковое	248
10.2.3	Снижение цен до или ниже себестоимости, если качество риска не одинаковое	251
11	Имитационное моделирование и численные расчеты	255
11.1	Численные и аналитические результаты для показательно распределенных выплат	255
11.1.1	Численные расчеты, основанные на использовании точных аналитических выражений	256

11.1.2	Численные расчеты, основанные на использовании имитационного моделирования	261
11.2	Имитационное моделирование в прим. гл. 8 и 10.	265
11.2.1	Имитационное моделирование, когда рынок находится в условиях, близких к равновесным	265
11.2.2	Имитационное моделирование активной защиты	268
11.3	Имитационное моделирование для непоказательно распределенных выплат	270

Часть III Приложения

A	Случайные блуждания, диффузионные и пуассоновские процессы	281
A.1	Диффузионные процессы	281
A.1.1	Винеровский процесс и процесс диффузии	281
A.1.2	Геометрическое броуновское движение	282
A.1.3	Диффузионные процессы, стремящиеся к своему среднему	283
A.2	Пуассоновские процессы	285
A.2.1	Однородные пуассоновские процессы	285
A.2.2	Неоднородные пуассоновские процессы	285
A.2.3	Дважды стохастические пуассоновские процессы	286
A.3	Случайные блуждания	286
A.3.1	Стандартные случайные блуждания	286
A.3.2	Случайные блуждания со случайными моментами скачков	287
B	Некоторые результаты из математического анализа и теории вероятностей	290
B.1	Отношение Милла	290
B.2	Функции Бесселя	292
B.3	Дифференцирование неявно заданных функций	297
B.4	Прямая линия, касательная к гиперболе	297
B.5	Вспомогательная функция	297
B.6	Показательное, гамма, бета распределения и распределение Парето	305
C	Модели теории риска, не учитывающие миграцию	307
C.1	Диффузионная модель: одно замечательное упрощение	307
C.1.1	Равенства для капитала неразорения и цены неразорения	310

С.1.2 Неравенства для капитала неразорения и цены неразорения	313
С.2 Модель Лундберга без миграции и с показательно распределенными T и Y	320
С.2.1 Модель Лундберга	321
С.2.2 Распределение суммарной величины выплат	322
С.2.3 Вероятности разорения	325
С.2.4 Капитал неразорения	343
С.3 Инновационные результаты для T и Y с распределениями общего вида	362
Список литературы	370
Замечания и комментарии	379
Обозначения	383
Предметный указатель	388
Об авторе	391