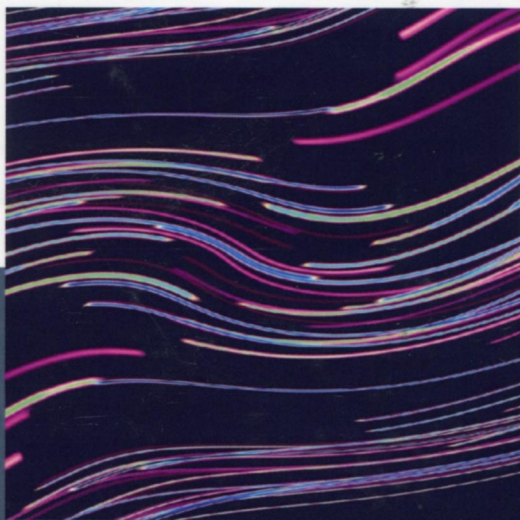


ВЫСШЕЕ ОБРАЗОВАНИЕ

# ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ



А. В. Елисеев



[E.LANBOOK.COM](http://E.LANBOOK.COM)

ОГЛАВЛЕНИЕ

А. В. ЕЛИСЕЕВ

# ИНТЕГРАЛЬНЫЕ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ

*Учебное пособие*



ЛАНЬ

· САНКТ-ПЕТЕРБУРГ · МОСКВА · КРАСНОДАР ·  
2022

УДК 517.9

ББК 22.161.1я73

**Е 51** Елисеев А. В. Интегральные преобразования : учебное пособие для вузов / А. В. Елисеев. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 176 с. : ил. — Текст : непосредственный.

**ISBN 978-5-507-44698-8**

Предлагаемое учебное пособие посвящено интегральным преобразованиям в приложении к составлению математических моделей систем с распределенными и сосредоточенными параметрами. В пособии представлен теоретический материал, охватывающий основы интегральных преобразований Фурье и Лапласа, приведены примеры решения задач математической физики и теории колебаний. Предназначено для студентов технических специальностей, может быть полезно сотрудникам и аспирантам, интересующимся прикладными аспектами применения интегральных преобразований, и использовано студентами в рамках научно-исследовательской деятельности.

УДК 517.9

ББК 22.161.1я73

Андрей Владимирович Елисеев — кандидат технических наук,  
доцент кафедры математики Иркутского государственного университета  
путей сообщения.

Обложка

**П. И. ПОЛЯКОВА**

© Издательство «Лань», 2022

© А. В. Елисеев, 2022

© Издательство «Лань»,

художественное оформление, 2022

# ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ .....	5
ВВЕДЕНИЕ .....	8
<b>ЧАСТЬ 1. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ФУРЬЕ</b>	
1. Элементы математических основ моделирования временных процессов и пространственных форм на основе рядов Фурье .....	12
1.1. Некоторые сведения, необходимые для математического моделирования технических объектов с помощью функций .....	12
1.2. Элементарная математическая модель периодического сигнала .....	19
1.3. Ряд Фурье для ортогональной тригонометрической системы .....	22
1.3.1. Ряд Фурье функции с периодом $2\pi$ .....	22
1.3.2. Ряды Фурье для функции с произвольным периодом .....	23
1.3.3. Комплексная форма ряда Фурье .....	25
1.4. Энергетические характеристики. Неравенство Бесселя. Равенство Парсеваля .....	27
2. Приложение метода преобразований на основе разложения в ряды Фурье к моделированию физических явлений на конечных пространственных интервалах .....	31
2.1. Интерпретация коэффициентов ряда Фурье в виде преобразований .....	31
2.2. Применение преобразований к определению свободного движения конечной струны .....	43
2.3. Применение преобразований к определению распределения теплового потока в стержне .....	49
3. Интегральное преобразование Фурье .....	56
3.1. Интегральная формула Фурье .....	56
3.2. Прямое и обратное преобразования Фурье .....	60
3.3. Применение преобразования Фурье к решению задач .....	68
3.3.1. Задача определения форм движения бесконечной струны .....	68
3.3.2. Задача о распределении температуры в бесконечном стержне .....	76
Синус- и косинус-преобразования Фурье. Приложения .....	84
4.1. Определение синус- и косинус-преобразований Фурье .....	84
4.2. Применение синус-преобразования Фурье к решению волнового уравнения бесконечной струны с условием на границе .....	94

## ЧАСТЬ 2. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ЛАПЛАСА

5. Элементы теории функции комплексной переменной .....	105
5.1. Комплексная плоскость. Бесконечно удаленная точка. Функция комплексной переменной .....	105
5.2. Однозначная функция. Непрерывная функция. Дифференцируемая функция .....	109
5.3. Аналитические функции .....	109
5.4. Нули. Особые точки .....	111
5.5. Расширение области определения функции .....	112
6. Введение в теорию прямого и обратного преобразования Лапласа .....	115
6.1. Периодические и аperiodические функции .....	116
6.2. Ряды Фурье .....	118
6.3. Преобразование Фурье .....	119
6.4. Одностороннее преобразование Фурье .....	121
6.5. Преобразование Лапласа .....	124
7. Интеграл Лапласа. Основные свойства .....	129
7.1. Преобразование Лапласа .....	129
7.2. Свойства преобразования Лапласа .....	132
7.3. Построение передаточной функции системы с помощью преобразования Лапласа .....	139
8. Обратное преобразование Лапласа .....	142
8.1. Формула обращения .....	142
8.2. Обратное преобразование простой алгебраической дроби с числителем в виде многочлена второго порядка .....	144
8.3. Обратное преобразование простой алгебраической дроби в общем случае .....	149
8.4. Обратное преобразование некоторых аналитических функций .....	151
8.5. Определение свойств оригинала на основе свойств изображения без процедуры обращения .....	153
9. Применение интегральных преобразований Лапласа в задаче оценки динамических характеристик механической колебательной системы с одной степенью свободы .....	155
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	173
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК .....	174