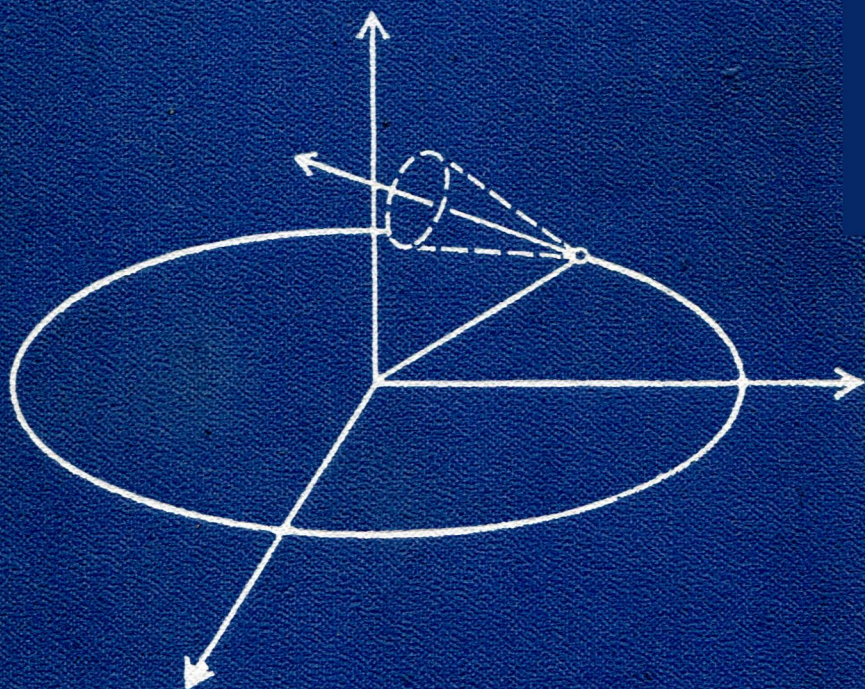


А.А. СОКОЛОВ, И.М. ТЕРНОВ

# РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭЛЕКТРОН



А. А. СОКОЛОВ, И. М. ТЕРНОВ

# РЕЛЯТИВИСТСКИЙ ЭЛЕКТРОН



ИЗДАТЕЛЬСТВО «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ  
Москва 1974

**Релятивистский электрон.** А. А. Соколов, И. М. Тернов, Монография. Издательство «Наука», Главная редакция физико-математической литературы, 1974 г.

В книге изложена классическая и квантовая теория движения и излучения релятивистских электронов. Рассматривается ряд актуальных вопросов, например, точное решение некоторых задач излучения по классической электродинамике, исследование классического релятивистского уравнения Дирака — Лоренца с учетом силы радиационного трения и др. Все это находит, в особенности за последнее время, большое практическое применение не только для описания микропроцессов, но и при рассмотрении движения ультрарелятивистского электрона по траекториям с макроскопическим радиусом кривизны (например синхротронное излучение). Большое место отводится анализу подобных задач с помощью релятивистских квантовых уравнений, поскольку без учета квантовых эффектов оказалось невозможным проектировать и сооружать современные электронные циклические ускорители и накопительные установки.

Рис. 18, библи. 203 назв.

© Издательство «Наука», 1974.

## СОДЕРЖАНИЕ

Предисловие . . . . .	7
Некоторые обозначения . . . . .	8

### I. ДЕЛЬТА-ФУНКЦИЯ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

§ 1. Введение . . . . .	9
§ 2. Понятие о дельта-функции Дирака . . . . .	12
а) Дельта-функция и система ортонормированных функций (12). б) Дельта-функция и разложение Фурье (14). в) Обобщение некоторых свойств непрерывной функции на дельта-функцию (18). г) Некоторые свойства дельта-функции (21).	
§ 3. Решение линейных уравнений с помощью дельта-функции . . . . .	22
а) Дельта-функция в пространстве нескольких измерений (22). б) Функция Грина (22).	
§ 4. Решение некоторых простейших задач с заданными начальными условиями . . . . .	24
а) Простейшая задача механики (24). б) Уравнение теплопроводности (25).	
§ 5. Решение некоторых основных уравнений электродинамики . . . . .	28
а) Уравнение Пуассона (28). б) Одномерный случай (28). в) Двухмерный случай (29). г) Трехмерный случай (30). д) Уравнение Даламбера (31). е) Интегрирование обобщенного уравнения Даламбера (34).	

### II. КЛАССИЧЕСКАЯ ЭЛЕКТРОДИНАМИКА

§ 6. Основные уравнения классической электродинамики . . . . .	37
а) Уравнения Максвелла — Лоренца (37). б) Интегрирование уравнений Максвелла — Лоренца (38).	
§ 7. Уравнения Максвелла — Лоренца в четырехмерном виде . . . . .	40
а) Ковариантные и контравариантные векторы и тензоры (40). б) Релятивистски-ковариантная запись уравнений Максвелла—Лоренца (42). в) Функция действия (44). г) Уравнения Лагранжа и Гамильтона в релятивистской теории электрона (48). д) Уравнение Гамильтона — Якоби в релятивистской теории (50).	
§ 8. Решение некоторых задач с помощью уравнения Гамильтона — Якоби . . . . .	53
а) Свободное движение (53). б) Движение по окружности (54). в) Адиабатические инварианты (55). г) Проблема Кеплера (релятивистская классическая теория водородоподобного атома) (56). д) Траектория движения (58). е) Энергия и частоты колебаний (59). ж) Движение электрона в постоянном и однородном магнитном поле (61). з) Движение электрона в поле плоской поляризованной по кругу электромагнитной волны (67). и) Движение электрона в статическом магнитном поле и в поле плоской электромагнитной волны (71).	

§ 9. Проблема излучения . . . . .	74
а) Энергия электромагнитного поля в вакууме и теорема Пойнтинга (74). б) Уравнения Максвелла в среде (75). в) Граничные условия (78). г) Эффект Черенкова (79). д) Эквипотенциальные поверхности при движении электрона с постоянной скоростью (84). е) Излучение гармонического осциллятора (87). ж) Поляризация излучения гармонического осциллятора (90). з) Суммарное излучение (91). и) Дипольное и квадрупольное излучения гармонического осциллятора (91).	
§ 10. Синхротронное излучение . . . . .	92
а) Основные уравнения (92). б) Вывод формулы Шотта (94). в) Поляризационные свойства излучения при движении электрона по винтовой линии (97). г) Угловое распределение излучения (100). д) Спектральное распределение излучения (104). е) Спектральное распределение излучения в нерелятивистском случае при круговом движении (105). ж) Асимптотическое представление бесселевых функций высокого порядка (107). з) Ультрарелятивистский случай при круговом движении (110). и) Спектральное распределение интенсивности излучения (приближенные формулы) (112). к) Угловое распределение интенсивности излучения (приближенные формулы) (115). л) Приближенные формулы при движении по винтовой линии (118).	
§ 11. Классическое уравнение Дирака — Лоренца для точечного электрона . . . . .	120
а) Вывод уравнения (120). б) Энергия излучения (125). в) Гиперболическое движение (126). г) Прямолинейное движение (127). д) Гиперболическое движение для конечного промежутка времени (131). е) Движение электрона в постоянном и однородном магнитном поле с учетом силы трения (132). ж) Движение по винтовой линии с компенсацией потерь энергии на излучение (135).	
<b>III. КВАНТОВАЯ РЕЛЯТИВИСТСКАЯ ТЕОРИЯ</b>	
§ 12. Вариационные принципы для свободного (без зарядов) электромагнитного поля . . . . .	139
а) Тензор энергии и тензор собственного момента количества движения (139). б) Законы сохранения в интегральной форме (143). в) Решение уравнения Даламбера (144). г) Исследование поляризационных свойств (145). д) Понятие о квантовании электромагнитного поля (147). е) Квантование электромагнитного поля в общем случае (153).	
§ 13. Скалярное релятивистское волновое уравнение Клейна — Гордона . . . . .	157
а) Вывод уравнения (157). б) Трансформационные свойства волновой функции (158). в) Плотность заряда и тока (159). г) Уравнение Клейна—Гордона для частицы в электромагнитном поле (160). д) Вариационные методы (161). е) Свободное движение (163). ж) Квантование свободного поля (165).	
§ 14. Уравнение Дирака . . . . .	168
а) Линеаризация оператора энергии. Матрицы Дирака (168). б) Уравнение Дирака. Плотность заряда и тока (171). в) Трансформационные свойства волновой функции (173). г) Уравнение Дирака в ковариантной записи (175). д) Тензорная размерность матриц Дирака (177).	
§ 15. Вариационные методы . . . . .	179
а) Функция Лагранжа (180). б) Тензор энергии (181). в) Тензор орбитального момента количества движения и спина (182). г) Ре-	

- шения, когда спин является интегралом движения (185). д) Свободное движение электрона (190). е) Исследование спиновых свойств свободного электрона (192). ж) Спиновые свойства при наличии электромагнитного поля (196).
- § 16. О вторичном квантовании уравнения Дирака . . . . . 199  
 а) Общие сведения (199). б) Матричное представление амплитуд в случае статистики Ферми—Дирака (201). в) Вычисление матричных элементов с учетом поляризационных эффектов (202). г) Волновое уравнение для позитрона (206). д) Понятие о теореме Людерса—Паули (207). е) Теория нейтрино с ориентированным спином (208). ж) Теорема Людерса—Паули в теории нейтрино с ориентированным спином (214).
- § 17. Центральное-симметричное поле . . . . . 218  
 а) Проблема Кеплера по уравнению Клейна—Гордона (218). б) Движение электрона в поле центральных сил по теории Дирака (224). в) Свойства полного момента. Шаровые спиноры (225). г) Движение электрона в кулоновском поле по теории Дирака (229). д) Спектр энергии (233). е) Волновые функции в паулевском приближении (235). ж) Понятие о гиперболических орбитах (236). з) Четность состояний (238).
- § 18. Теория излучения . . . . . 239  
 а) Теория переходных процессов (239). б) Учет поляризационных эффектов (244). в) Спонтанные и вынужденные переходы (246). г) Дипольное излучение (248). д) Магнитное и квадрупольное излучения (250). е) Дипольное излучение в водородоподобном атоме (251). ж) Магнитные и квадрупольные переходы в водородоподобном атоме (257). з) Переходы с метастабильного уровня  $2s_{1/2}$  (257).

#### IV. СИНХРОТРОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ С УЧЕТОМ КВАНТОВЫХ ЭФФЕКТОВ

- § 19. Движение электрона в постоянном и однородном магнитном поле 263  
 а) Решение задачи в цилиндрической системе координат по уравнению Клейна—Гордона (263). б) Решение задачи по уравнению Клейна—Гордона в декартовой системе координат (267). в) Движение электрона в постоянном магнитном поле по теории Дирака в цилиндрических координатах (268). г) Решение уравнения Дирака в декартовой системе координат (275).
- § 20. Квантовая теория излучения электрона, движущегося в постоянном и однородном магнитном поле . . . . . 277  
 а) Общие формулы для спонтанного излучения с учетом поляризационных эффектов (277). б) Квазиквантовое приближение (280). в) Влияние квантовых флуктуаций на радиальное движение (287). г) Влияние синхротронного излучения на вертикальное движение (290).
- § 21. Излучение с учетом квантовых эффектов . . . . . 293  
 а) Общие формулы (293). б) Асимптотическое представление функций Лагерра (295). в) Излучение с учетом «поперечной» поляризации спина электрона (эффект самополяризации) (300). г) Влияние квантовых эффектов на интенсивность излучения (304).
- § 22. Взаимное превращение фотонов и электронно-позитронных пар в магнитном поле . . . . . 308  
 а) Общие положения (308). б) Однофотонное рождение пар электронов и позитронов в магнитном поле (309). в) Однофотонная аннигиляция пары (317).

§ 23. Вакуумный магнитный момент электрона . . . . .	319
а) Общие положения (319). б) Радиационные поправки к уравнению Дирака (320). в) Случай малых $n$ (324). г) Случай больших $n$ (324).	
§ 24. Рассеяние электроном электромагнитной плоской волны, поляризованной по кругу . . . . .	326
а) Нелинейная классическая теория (326). б) Теория рассеяния (327). в) Квантовая теория излучения (332).	
§ 25. Вынужденные переходы в теории синхротронного излучения . . .	335
а) Общие формулы (335). б) Вынужденное излучение в скрещенных полях (339).	
§ 26. Влияние синхротронного излучения на движение электронов в неоднородном магнитном поле . . . . .	344
а) Движение электронов в аксиально-симметричном магнитном поле (344). б) Общие формулы для матричных элементов и вероятности перехода при синхротронном излучении (349). в) Влияние синхротронного излучения на потери энергии и на бетатронные колебания (352). г) Движение электронов в аксиально-симметричном фокусирующем поле по теории Дирака (359).	
§ 27. Заключение . . . . .	362
а) Замечания о различных методах расчета синхротронного излучения (362). б) Решение с помощью релятивистских квантовых уравнений (363). в) Квазиклассический учет квантовых флуктуаций (363). г) Операторный метод (370). д) Основы экспериментального исследования синхротронного излучения и новое в его практическом использовании (374).	
Цитированная литература . . . . .	380
Предметный указатель . . . . .	386