

В. В. ПИКУЛЬ

---

**МЕХАНИКА  
ОБОЛОЧЕК**

---

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК  
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ  
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОРСКИХ ТЕХНОЛОГИЙ

**В.В. ПИКУЛЬ**

# **МЕХАНИКА ОБОЛОЧЕК**



Владивосток  
Дальнаука  
2009

**Пикуль В.В. МЕХАНИКА ОБОЛОЧЕК.** – Владивосток: Дальнаука, 2009. – 536 с.

ISBN 978-5-8044-0997-6

В монографии изложены основные понятия механики оболочечных тел; построены линейная и геометрически нелинейная физически состоятельные теории оболочек; описаны безмоментная теория и приближенные методы расчета оболочек; представлены теории расчета толстостенных и слоистых упругих оболочек; рассмотрена термоупругость оболочки и построена физически состоятельная теория устойчивости оболочек. В заключение приведена методология построения теории неупругих оболочек. Большое внимание уделено выявлению закономерностей деформирования материала в составе тонкой оболочки, что позволило установить физически состоятельные гипотезы ее деформирования и привести теорию устойчивости оболочек в полное соответствие с экспериментом. Вывод двумерных уравнений механики оболочек сопровождается установлением их погрешности. Принятый подход придает монографии новое качество, которое существенно отличает ее от существующей научной и учебной литературы по механике оболочек.

Монография предназначена для научных и инженерно-технических работников, занимающихся исследованиями и расчетами оболочечных тел и конструкций, а также может быть полезной преподавателям, аспирантам и студентам технических университетов и машиностроительных вузов.

*Ключевые слова:* оболочка, оболочка вращения, цилиндрическая оболочка, сферическая оболочка, коническая оболочка, линейная теория оболочек, нелинейная теория оболочек, безмоментная оболочка, краевой эффект, толстостенная оболочка, слоистая оболочка, термоупругость, устойчивость оболочек, упругость, неупругие оболочки.

Ил., табл., библи.

**Pikul V.V. MECHANIC OF SHELLS.** – Vladivostok: Dalnauka, 2009.

Basic concepts of shell's mechanics are stated; linear and geometrically nonlinear physically consistent shell's theories are constructed; membrane theory of shells and approximate methods of shell's calculation are described; theories of calculation of thick-walled and sandwich elastic shells are suggested; shell's thermoelasticity is considered; physically consistent theory of shell's stability is constructed. Methodology of theory constructing of inelastic shells is resulted in the conclusion. Great attention is devoted to the finding of behaviour of thin shell material's deformation, so it enables to formulate the physically consistent hypotheses of shell's deformation and result the theory of shell's stability in the total conformity with the experiment. Derivation of two-dimensional equation of shell's mechanics is accompanied by ascertainment of its inaccuracy. This approach gives the monograph new form, which distinguishes it from other scientific and educational literature on shell's mechanics.

The monograph is intended for researchers and mechanical engineers, that investigate or calculate shells, and it can be useful for teachers, post-graduates and students of technical universities and machine-building institutes.

*Key words:* shell, shell of revolution, cylindrical shell, spherical shell, conical shell, linear theory of shells, nonlinear theory of shells, membrane shell, boundary effect, thick-walled shell, sandwich shell, thermoelasticity, shell's stability, elasticity, inelastic shells.

Ответственный редактор:

член-корреспондент РАН, доктор физико-математических наук,  
профессор *А.А. Буренин* (ИАПУ ДВО РАН)

Рецензенты:

доктор технических наук, профессор *Б.И. Друзь*, МГУ им. адмирала Г.И. Невельского,  
доктор технических наук, профессор *Г.А. Лаврушин*, ДВГТУ (ДВПИ им. В.В. Куйбышева)

ISBN 978-5-8044-0997-6

© Пикуль В.В., 2009

© Редакционно-издательское оформление.  
Дальнаука, 2009



---

---

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ПРЕДИСЛОВИЕ.....	5
ВВЕДЕНИЕ .....	9
<i>Глава 1. ОСНОВЫ МЕХАНИКИ ОБОЛОЧЕК .....</i>	13
1.1. Основные определения и положения .....	13
1.2. Физические основы теории оболочек .....	26
1.3. Основные гипотезы теории оболочек .....	39
1.4. Фундаментальные уравнения механики деформируемого твёрдого тела.....	43
1.5. Уравнения состояния материала упругих оболочек.....	47
1.6. Расчетная модель материала тонких упругих оболочек .....	60
<i>Глава 2. ЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК .....</i>	68
2.1. Исходные положения .....	68
2.2. Перемещения и деформации тонких оболочек .....	70
2.3. Уравнения неразрывности деформаций срединной поверхно- сти оболочки .....	78
2.4. Внутренние усилия и моменты .....	85
2.5. Механическое взаимодействие оболочки с окружающей сре- дой.....	88
2.6. Уравнения равновесия оболочки .....	97
2.7. Уравнения состояния оболочки .....	102
2.8. Формулы для определения напряжений в тонкой оболочке ...	106
2.9. Уравнения статики тонких упругих оболочек .....	110
2.10. Определение порядка дифференциальных уравнений меха- ники оболочек.....	117
2.11. Статико-геометрическая аналогия .....	122
2.12. Уравнения динамики тонких упругих оболочек.....	126
2.13. Краевые и начальные условия .....	131
2.14. Потенциальная и кинетическая энергия оболочки .....	138
2.15. Погрешность линейной теории тонких упругих оболочек.....	140
<i>Глава 3. НЕЛИНЕЙНАЯ ТЕОРИЯ ТОНКИХ УПРУГИХ ОБОЛОЧЕК ...</i>	145
3.1. Исходные положения .....	145
3.2. Перемещения тонкой оболочки .....	150
3.3. Компоненты тензора деформаций тонкой оболочки.....	152
3.4. Уравнения неразрывности деформаций срединной поверхно- сти оболочки .....	156
3.5. Условия взаимодействия оболочки с окружающей средой в нелинейной теории.....	158

---

3.6.	Уравнения равновесия нелинейной теории оболочек.....	165
3.7.	Уравнения состояния нелинейной теории оболочек.....	171
3.8.	Формулы для определения напряжений в нелинейной теории оболочек .....	175
3.9.	Потенциальная и кинетическая энергия оболочки.....	176
3.10.	Уравнения статики в нелинейной теории оболочек.....	178
3.11.	Уравнения динамики в нелинейной теории оболочек .....	184
3.12.	Краевые и начальные условия нелинейной теории.....	190
3.13.	Погрешность нелинейной теории тонких упругих оболочек...	195
<i>Глава 4.</i>	<b>БЕЗМОМЕНТНАЯ ТЕОРИЯ ОБЛОЧЕК</b> .....	197
4.1.	Условия существования безмоментного напряженного состояния оболочки .....	197
4.2.	Уравнения динамики безмоментной оболочки.....	198
4.3.	Уравнения статики безмоментной оболочки .....	200
4.4.	Краевые и начальные условия безмоментной оболочки.....	203
4.5.	Статика безмоментных оболочек вращения .....	205
4.6.	Статика ортотропных оболочек вращения.....	218
4.7.	Статика ортотропных сферических оболочек.....	233
4.8.	Статика анизотропных цилиндрических оболочек вращения..	238
4.9.	Статика анизотропных конических оболочек вращения.....	241
4.10.	Сопоставление безмоментной теории оболочек с точными решениями теории упругости .....	244
4.11.	Пределы применимости безмоментной теории оболочек .....	248
<i>Глава 5.</i>	<b>ПРИБЛИЖЕННЫЕ МЕТОДЫ РАСЧЕТА ОБЛОЧЕК</b> .....	251
5.1.	Теория пологих оболочек.....	251
5.2.	Краевой эффект .....	270
5.3.	Метод расчленения напряженно-деформированного состояния оболочки.....	282
5.4.	Полубезмоментная теория расчета цилиндрических оболочек	288
<i>Глава 6.</i>	<b>ТЕОРИЯ РАСЧЕТА ТОЛСТОСТЕННЫХ И СЛОИСТЫХ ОБЛОЧЕК</b> .....	304
6.1.	Физическая дискретизация трехмерных уравнений механики деформируемого твердого тела .....	304
6.2.	Общая схема расчленения толстостенных и слоистых оболочек на расчетные слои.....	306
6.3.	Условия сопряжения расчетных слоев толстостенной оболочки.....	309
6.4.	Двухмерные уравнения механики толстостенных оболочек....	314
6.5.	Краевые и начальные условия в механике толстостенных оболочек .....	321
6.6.	Восстановление трехмерности напряженно-деформированного состояния толстостенной оболочки .....	326

---

6.7. Пример физической дискретизации трехмерных уравнений механики толстостенных оболочек .....	330
6.8. Теория расчета слоистых оболочек .....	335
<i>Глава 7. ТЕРМОУПРУГОСТЬ ОБОЛОЧКИ</i> .....	355
7.1. Термоупругие напряжения .....	355
7.2. Уравнение теплопроводности .....	357
7.3. Начальные и краевые условия теплопроводности .....	365
7.4. Температурные условия сопряжения искусственных и естественных слоев оболочки .....	370
7.5. Уравнения состояния термоупругости тонких оболочек .....	371
7.6. Уравнения состояния термоупругости при физической дискретизации оболочки на тонкие слои .....	378
7.7. Термоупругость однородных тонких оболочек .....	384
7.8. Термоупругость толстостенных оболочек .....	392
7.9. Термоупругость слоистых оболочек .....	401
<i>Глава 8. ТЕОРИЯ УСТОЙЧИВОСТИ ОБОЛОЧЕК</i> .....	407
8.1. Современное состояние теории устойчивости оболочек .....	407
8.2. Высвобождение потенциальной энергии деформированных элементов оболочки в процессе потери устойчивости .....	419
8.3. Уравнения теории устойчивости оболочек .....	430
8.4. Уравнения прикладной теории устойчивости оболочек .....	439
8.5. Уравнения устойчивости пологих оболочек .....	446
8.6. Краевые условия в задачах устойчивости оболочек .....	450
8.7. Пределы применимости уравнений устойчивости оболочек ...	453
8.8. Устойчивость слоистых оболочек .....	457
8.9. Термоустойчивость однородных оболочек .....	470
8.10. Термоустойчивость слоистых оболочек .....	480
8.11. Примеры решения задач устойчивости оболочек .....	487
8.12. Сопоставление предлагаемой теории устойчивости оболочек с экспериментальными данными .....	513
8.13. Общие соображения о развитии теории устойчивости оболочек .....	516
<b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ</b> .....	518
<b>ЛИТЕРАТУРА</b> .....	523