

Физико·
Математическое
Наследие

Г. ГАНКЕЛЬ

**ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ
ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМ,
преимущественно
обыкновенных мнимых чисел
и кватернионов
Гамильтона
вместе с их геометрическим
толкованием**



Математика

Теория чисел



URSS

Hermann Hankel

THEORIE DER COMPLEXEN ZAHLENSYSTEME

Insbesondere der gemeinen imaginären Zahlen
und der Hamilton'schen Quaternionen,
nebst ihrer geometrischen Darstellung

Г. Ганкель

**ТЕОРИЯ КОМПЛЕКСНЫХ
ЧИСЛОВЫХ СИСТЕМ,
ПРЕИМУЩЕСТВЕННО
ОБЫКНОВЕННЫХ
МНИМЫХ ЧИСЕЛ И КВАТЕРНИОНОВ
ГАМИЛЬТОНА
ВМЕСТЕ С ИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИМ
ТОЛКОВАНИЕМ**

Перевод с немецкого

Под редакцией и с предисловием
Н. Н. Парфентьева

Издание второе



URSS

МОСКВА

ББК 22.131 22.132 22.1я44 22.1г

Ганкель Герман

**Теория комплексных числовых систем, преимущественно
обыкновенных мнимых чисел и кватернионов Гамильтона
вместе с их геометрическим толкованием: Пер. с нем. / Под ред.
и с предисл. Н. Н. Парфентьева. Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 264 с.
(Физико-математическое наследие: математика (теория чисел).)**

Вниманию читателя предлагается классический труд немецкого математика Германа Ганкеля, в котором дается обобщение мнимых чисел и теория кватернионов Гамильтона на базе геометрического представления. Книга, переведенная на русский язык более века назад, ничуть не потеряла интереса и в наше время. Помимо математического исследования в ней содержатся исторические примечания автора, в которых он рассматривал дальнейшие направления развития математики.

Для специалистов-математиков, историков и философов науки, а также для преподавателей вузов и средних школ, студентов университетов, пединституты и втузов.

Формат 60×90/16. Печ. л. 16,5. Зак. № ИР-26.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-2270-1

© ЛЕНАНД, оформление, 2015

18203 ID 201129



9 785971 022701

НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45
	URSS

Оглавление.

	<i>Стран.</i>
Предисловіе редактора перевода	1.
Предисловіе автора	3.
Первый отдѣлъ. Планъ	
§ 1. Цѣлыя числа и ихъ тетическія соединенія.	9.
§ 2. Логическія операціи и расширеніе понятія о числѣ	12.
§ 3. Принципы перманентности формальныхъ законовъ	13.
Историческій матеріалъ	23.
Второй отдѣлъ. Логически-формальная точка зрѣнія на операціи съ числами.	
§ 4. Алгоритмъ ассоціативныхъ операцій счисленія некоммутативныхъ	27.
§ 5. Алгоритмъ ассоціативныхъ операцій съ коммутативностью. Созданіе ряда обратныхъ операцій.	35.
§ 6. Сложеніе и вычитаніе	40.
§ 7. Умноженіе и дѣленіе	41.
Третій отдѣлъ. Дѣйствительныя числа съ формально-логической точки зрѣнія.	
§ 8. Понятіе о числовой системѣ	47.
§ 9. Положительныя цѣлыя числа.	48.
§ 10. Отрицательныя цѣлыя числа.	53.
§ 11. Дѣленіе и дробныя числа.	56.
§ 12. Высшія операціи и ирраціональныя числа.	60.
Четвертый отдѣлъ. Вещественныя числа въ ученіи о величинахъ.	
§ 13. Понятіе о величинѣ вообще	63.
§ 14. Цѣлыя числа въ ученіи о величинѣ.	64.

	<i>Стран.</i>
Замѣчанія о логической природѣ числовыхъ формулъ	66.
§ 15. Рациональныя числа въ ученіи о величинахъ	72.
§ 16. Иррациональныя числа	74.
§ 17. Отрицательныя числа съ точки зрѣнія общаго ученія о величинахъ	77.
§ 18. Оперативная система въ Эвклидовой геометріи	80.

Пятый отдѣлъ. Обыкновенныя мнимыя числа,

§ 19. Формальная теорія мнимыхъ чиселъ	85.
Историческій матеріалъ	89.
§ 20. Геометрическое сложеніе отрѣзковъ на плоскости и въ пространствѣ	92.
§ 21. Коммутативное умноженіе отрѣзковъ на плоскости	95.
§ 22. Изображеніе обыкновенныхъ комплексныхъ чиселъ на плоскости	99.
Историческій матеріалъ	101.
§ 23. Примѣненіе мнимыхъ чиселъ въ геометріи	103.
§ 24. Функціи отъ комплексныхъ чиселъ	106.
§ 25. Первый способъ доказательства основной теоремы алгебры	107.
§ 26. Второй способъ	117.
§ 27. Третій способъ	118.

Шестой отдѣлъ. Высшія комплексныя числа.

§ 28. Теорія комплексныхъ чиселъ вообще	121.
Историческія примѣчанія	128.
§ 29. Ограниченная комплексная система	129.
§ 30. Комплексная система съ двумя единицами	132.
§ 31. Неограниченная коммутативная система	135.
§ 32. Сложеніе отрѣзковъ	137.
§ 33. Сложеніе точекъ. Баріцентрическое сложеніе	138.

**Седьмой отдѣлъ. Теорія и геометрическое представленіе знаковере-
мѣнныхъ чиселъ.**

§ 34. Формальная теорія знаковеремѣнныхъ чиселъ	146.
§ 35. Разложеніе детерминантовъ на произведенія	148.
§ 36. Умноженіе двухъ отрѣзковъ	153.
§ 37. Умноженіе трехъ отрѣзковъ	156.
§ 38. Произведеніе двухъ точекъ	160.
§ 39. Произведеніе трехъ точекъ	164.
§ 40. Произведеніе четырехъ точекъ	166.

	<i>Стран.</i>
§ 41. Произведение знаковпеременных операций надъ точками въ операцияхъ надъ числами	169.
Историческія замѣчанія къ VII главѣ	172.

Восьмой отдѣлъ. Чистая теорія кватерніоновъ.

§ 42. Опредѣленіе кватерніоновъ; ихъ умноженіе.	173.
§ 43. Произведеніе векторовъ	180.
§ 44. Дѣленіе кватерніоновъ	186.
§ 45. Алгебра кватерніоновъ	189.

Девятый отдѣлъ. Геометрическое представленіе кватерніоновъ.

§ 46. Сложеніе дугъ на шарѣ.	194.
§ 47. Сложеніе большихъ круговъ на шарѣ.	197.
§ 48. Сложеніе точекъ на шарѣ.	198.
§ 49. Ассоціативный принципъ при сложеніи верзоровъ.	202.
§ 50. Геометрически-фарономическія теоремы.	206.
§ 51. Умноженіе и дѣленіе единицъ—векторовъ.	213.
§ 52. Кватерніоны и ихъ умноженіе	215.
§ 53. Сложеніе кватерніоновъ	221.
§ 54. Дистрибутивное умноженіе кватерніоновъ.	225.
§ 55. Кватерніоны какъ числа.	233.
§ 56. Основныя формулы сферической тригонометріи	231.
§ 57. Сферическій четырехугольникъ	236.
§ 58. Преобразованіе прямоугольныхъ координатныхъ системъ	238.
Историческія примѣчанія къ отдѣламъ VIII и XI.	242.