

А. В. Стояновский

Введение
в **МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ПРИНЦИПЫ**

**КВАНТОВОЙ
ТЕОРИИ
ПОЛЯ**



URSS

А. В. Стояновский

**ВВЕДЕНИЕ
В МАТЕМАТИЧЕСКИЕ
ПРИНЦИПЫ
КВАНТОВОЙ
ТЕОРИИ ПОЛЯ**

Издание второе



URSS
МОСКВА

ББК 22.311 22.314 22.315*

Стояновский Александр Васильевич

Введение в математические принципы квантовой теории поля.

Изд. 2-е. — М.: ЛЕНАНД, 2015. — 232 с.

Настоящая книга посвящена изложению математических принципов оптико-механической аналогии, понимаемой в широком смысле — от закона преломления света до введения в квантовую теорию поля. Квантовая теория поля рассматривается как обобщение классической математической физики (теория линейных уравнений с частными производными) на многомерные вариационные задачи. С этой точки зрения квантовая теория поля интерпретируется как естественное развитие и обобщение математической физики.

Для математиков — студентов, аспирантов и научных работников, интересующихся математическими проблемами и закономерностями физики; может представлять интерес для физиков-теоретиков.

Формат 60×90/16. Печ. л. 14,5. Зак. № ИХ-42.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978–5–9710–1862–9

© А. В. Стояновский, 2007, 2015

© ЛЕНАНД, 2015

17484 ID 195332



НАУЧНАЯ И УЧЕБНАЯ ЛИТЕРАТУРА	
 URSS	E-mail: URSS@URSS.ru
	Каталог изданий в Интернете: http://URSS.ru
	Тел./факс (многоканальный): + 7 (499) 724 25 45

Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Введение	9
----------------	---

Часть 1

Классическая математическая физика оптико-механической аналогии	15
--	-----------

Глава 1. Истоки: корпускулярная оптика и принцип Ферма	17
---	----

Глава 2. Механика и вариационное исчисление ...	27
---	----

Глава 3. Теория Гамильтона	37
----------------------------------	----

§ 1. Параметрические вариационные задачи	39
--	----

§ 2. Теория Гамильтона для параметрических задач ..	42
---	----

2.1. Принцип Гюйгенса	42
-----------------------------	----

2.2. Касательные к волновому фронту	43
---	----

2.3. Формула для вариации интеграла в параметрической задаче с подвижными концами	45
---	----

2.4. Симметрии и первые интегралы	46
---	----

2.5. Уравнение эйконала	47
-------------------------------	----

2.6. Восстановление поля экстремалей по решению уравнения эйконала	47
§ 3. Теория Гамильтона для непараметрических задач	48
3.1. Принцип Гюйгенса	48
3.2. Касательные к волновому фронту	49
3.3. Формула для вариации интеграла в задаче с подвижными концами	50
3.4. Теорема Нетер	51
3.5. Уравнение Гамильтона–Якоби	52
3.6. Восстановление поля экстремалей по решению уравнения Гамильтона–Якоби . .	52
Глава 4. Волновая оптика и квантовая механика . .	55
§ 1. Уравнения непрерывных сред	57
1.1. Вариационный вывод уравнения струны . . .	58
1.2. Уравнение колебаний мембраны	60
§ 2. Волновая оптика	61
2.1. Волновое уравнение	61
2.2. Переход к геометрической оптике	62
§ 3. Квантовая механика	66
3.1. Уравнение Шредингера	66
3.2. Транспортное уравнение	68
3.3. Динамика в квантовой механике	70
§ 4. Добавление к главе 3: канонические уравнения Гамильтона, теория Гамильтона–Якоби	73
4.1. Вывод уравнений (20)	73
4.2. Другой вывод уравнений (20)	74

4.3. Вывод второй половины канонических уравнений	76
4.4. Теория Гамильтона–Якоби	77
4.4.1. Интегрирование уравнения Гамильтона–Якоби	77
4.4.2. Интегрирование канонических уравнений	83
Глава 5. Теория волновых уравнений	87
§1. Обобщенные функции	90
1.1. Волновое уравнение	90
1.2. Метод Адамара решения задачи Коши для гиперболического уравнения второго порядка	95
1.3. Определение и примеры обобщенных функций	104
§2. Асимптотическая задача Коши для уравнения Шредингера	108
2.1. Асимптотическая задача Коши	108
2.2. Представление А. Вейля	110
2.3. Исчисление Г. Вейля	116
2.4. Метод комплексного ростка в точке	119
2.5. Метод канонического оператора	122
§3. Волновые фронты обобщенных функций и интегральные операторы Фурье	130
3.1. Уравнения с частными производными, уравнения с малым параметром и операторнозначные уравнения	130
3.2. Волновой фронт обобщенной функции	132

3.3. Лагранжевы обобщенные функции и интегральные операторы Фурье	134
Глава 6. Дальнейшее развитие теории полей и частиц	137

Часть 2

Математические конструкции теории поля	145
---	------------

Глава 7. Классическая теория поля и многомерное вариационное исчисление	147
--	------------

§ 1. Введение	149
-------------------------	-----

§ 2. Теория Гамильтона для многомерных вариационных задач	150
2.1. Функционал действия	150
2.2. Случай $m = n = 1$	151
2.3. Геометрическая оптика в пространстве n -мерных поверхностей	156
2.4. Формула для вариации действия	158
2.5. Свойства величин p^i и H^j	160
2.6. Обобщенное уравнение Гамильтона–Якоби.	162
2.7. Обобщенные канонические уравнения Гамильтона	165
2.8. Обобщенные канонические уравнения Гамильтона как уравнения характеристик для обобщенного уравнения Гамильтона–Якоби	167

2.9. Теория интегрирования обобщенного уравнения Гамильтона–Якоби	170
Глава 8. Вывод и обсуждение обобщенных волновых уравнений	175
§ 1. Формальный вывод обобщенных волновых уравнений	177
§ 2. Параметризация пространственными переменными	178
§ 3. О математическом смысле обобщенных волновых уравнений	181
3.1. Определение вариационных производных	181
3.2. Проблемы, связанные с обобщенными волновыми уравнениями	183
§ 4. Определение бесконечномерной алгебры Вейля	185
§ 5. Проблема состояний	186
§ 6. Интегрируемость обобщенного уравнения Гейзенберга для скалярного поля с самодействием	189
Глава 9. Квантование свободного скалярного поля	193
§ 1. Решение обобщенного уравнения Гейзенберга для свободного скалярного поля	195
§ 2. Функции Грина	197
§ 3. Пространство Фока	201

Глава 10. Квантование взаимодействующих полей	203
§ 1. Теория возмущений линейных дифференциальных уравнений	205
§ 2. Формальный ряд теории возмущений для уравнения Гейзенберга в модели φ^4	206
2.1. Ряд теории возмущений	206
2.2. Диаграммы Фейнмана	208
§ 3. Попытка определить динамическую эволюцию в квантовой теории поля	209
§ 4. Динамическая эволюция и теория возмущений	211
4.1. Программа вычитаний	211
4.2. Диаграммные правила в p -представлении	212
4.3. Диаграмма «рыба»	213
4.4. Двухпетлевая диаграмма	215
4.5. Динамическая эволюция в квазиклассическом приближении	216
§ 5. Матрица рассеяния	218
Литература	223
Предметный указатель	227