

Г.Ш. Цициашвили
М.А. Осипова

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ

$$I(\lambda) = \left(\frac{1}{\lambda} + b_1 \right)^{-1}$$

. 0 0 1 0 1 . 0 1 0 0 1 0 0 1 0 0 1 . 0 1 0 1 0 0 1

Владивосток
2007

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК
ДАЛЬНЕВОСТОЧНОЕ ОТДЕЛЕНИЕ

Институт прикладной математики

Г.Ш. Цициашвили, М.А. Осипова

АЛГЕБРАИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ
СТОХАСТИЧЕСКИХ СЕТЕЙ



Владивосток
Дальнаука
2007

УДК 517.19+517.872+519.2

Г.Ш. Цициашвили, М.А. Осипова. Алгебраические методы моделирования стохастических сетей: Монография. Владивосток: Дальнаука, 2007. 132 с.

Настоящая монография содержит результаты авторов последних 4 лет в области теории массового обслуживания, теории рисков, теории эпидемии, теории графов, теории надежности, оптимального управления, математической статистики. Исследуемые в работе стохастические сетевые модели - это объединенные системы элементов, функционирующие в случайной среде. Построить и изучить большое число разнообразных стохастических сетевых моделей удалось, отталкиваясь от идеи получения новых аналитических результатов и вычислительных алгоритмов, в обход громоздкой техники. Такой конструктивный подход привел к введению управления параметрами изучаемых моделей, сведению многомерных задач к одномерным, построению графической интерпретации моделей, проведению сравнительного анализа, изучению характеристик моделей, ранее не попавших в поле зрения исследователей, выбору классов функций распределений или принципа кооперации подмоделей, доказательству новых утверждений, преобразованию статистических данных.

Ил. 1, библи. 59.

Ответственный редактор: д.ф.-м.н, профессор В.В. Катрахов

Рецензенты: д.ф.-м.н, профессор Л.Т. Ащепков,

к.ф.-м.н, с.н.с. Ю.Н. Харченко

Утверждено к печати Ученым советом ИПМ ДВО РАН

Исследования частично поддержаны грантом ДВО РАН, проект 06-III-A-01-016, грантом РФФИ, проект 06-01-00063-а, грантом РФФИ, проект 03-01-00512-а.

ISBN 978-5-8044-0857-3

© ИПМ ДВО РАН, 2007 г.

© Дальнаука, 2007 г.

Содержание

§ 1.	Предельные распределения сетей массового обслуживания с переменной структурой	10
1.1.	Предварительные сведения	10
1.2.	Сети с полностью меняющейся структурой	15
1.3.	Сети с меняющимся множеством узлов	16
1.4.	Сети с меняющимся множеством переходов между узлами	17
1.5.	Взаимодействие сетей с меняющимся множеством узлов	18
1.6.	Сети с меняющимся множеством состояний	19
1.7.	Сети с меняющимся типом: открытый и замкнутый	21
1.8.	Дополнительные алгоритмы	22
§ 2.	Предельные распределения систем и сетей массового обслуживания с ненадежными элементами	25
2.1.	Ненадежные каналы и общая очередь на восстановление	25
2.2.	Ненадежные каналы и их независимое восстановление	27
2.3.	Ненадежные каналы и их восстановление в замкнутой сети	30
2.4.	Ненадежные переходы между узлами и их независимое восстановление	33
§ 3.	Предельные распределения сетей массового обслуживания с разными типами и схемами преобразования заявок	36
3.1.	Переход группы заявок из одной совокупности узлов сети в другую	36
3.2.	Появление и исчезновение заявок в узлах сети	39

3.3.	Уменьшение и увеличение в несколько раз числа заявок в узлах сети и групповой обмен заявками между узлами	40
3.4.	Ненадежные заявки.	41
3.5.	Сеть с несколькими типами заявок	43
3.6.	Сеть с потоком "отрицательных" заявок	44
§ 4.	Потоки заявок в перегруженных сетях массового обслуживания	46
§ 5.	Кооперативные эффекты в системах массового обслуживания с отказами	50
5.1.	Предварительные сведения	50
5.2.	Стационарные характеристики объединенной системы	51
5.3.	Объединенная система с конкуренцией между каналами	54
§ 6.	Оптимизация пропускной способности сети массового обслуживания	55
6.1.	Постановка задачи	55
6.2.	Вычисление пропускной способности	57
6.3.	Минимизация максимума координат вектора	60
6.4.	Максимизация пропускной способности по маршрутной матрице	61
§ 7.	Суперпозиция сетей массового обслуживания	63
7.1.	Суперпозиция сетей	63
7.2.	Пропускная способность суперпозиции открытых сетей	66
§ 8.	Формула Эмбрехтса-Веравербеке в многоканальных системах массового обслуживания	68
8.1.	Система с конкуренцией между каналами	68
8.2.	Система с конкуренцией между заявками	74
8.3.	Обобщенная модель Линдли	75
8.4.	Циклическая многоканальная система	83
§ 9.	Кооперация и конкуренция моделей риска	87

9.1.	Предварительные сведения	87
9.2.	Кооперативные эффекты	89
9.3.	Индивидуальные и групповые риски	90
9.4.	Конкуренция и кооперация	91
9.5.	Страхование фьючерсных контрактов	92
§ 10.	Моменты достижения у процесса случайного размещения	94
10.1.	Одномерная модель и ее вероятностные характеристики	94
10.2.	Многомерные модели с односторонней границей и их вероятностные характеристики	96
10.3.	Численный алгоритм в многомерной модели с многосторонней границей	98
10.4.	Асимптотические соотношения в многомерной модели с многосторонней границей	99
§ 11.	Асимптотический анализ логических систем с ненадежными элементами	103
11.1.	Основные характеристики графа	103
11.2.	Графы с ненадежными ребрами	104
11.3.	Графы с m -кратным резервированием ребер	105
11.4.	Вычисление характеристик графа	106
11.5.	Доказательство основных утверждений	108
§ 12.	Двусторонние оценки скорости сходимости в предельной теореме для минимума случайных векторов	111
12.1.	Вспомогательные утверждения	111
12.2.	Предельные теоремы для минимума случайных векторов	116
§ 13.	Декомпозиция в нелинейной многошаговой оптимизационной модели	119
§ 14.	Оценки дисперсий	122
14.1.	Модификация эмпирической дисперсии	122
14.2.	Дисперсия отклонения от полиномиальной функции регрессии	124
14.3.	Модификация эмпирической ковариации	125