

М. И. Зеликин

ОПТИМАЛЬНОЕ УПРАВЛЕНИЕ И ВАРИАЦИОННОЕ ИСЧИСЛЕНИЕ

- Принцип максимума Понтрягина
- Метод динамического программирования.
Уравнение Беллмана
- Геометрический смысл принципа максимума Понтрягина
- Существование решений задачи оптимального быстродействия
- Простейшая задача классического вариационного исчисления
- Канонический формализм
- Теория второй вариации
- Достаточные условия оптимальности



URSS

М. И. Зеликин

**ОПТИМАЛЬНОЕ
УПРАВЛЕНИЕ
И
ВАРИАЦИОННОЕ
ИСЧИСЛЕНИЕ**

Издание четвертое, исправленное



URSS

МОСКВА

ББК 22.161.8я73, 22.18

Зеликин Михаил Ильич

Оптимальное управление и вариационное исчисление. Изд. 4-е, испр.
М.: ЛЕНАНД, 2017. — 160 с.

В книге изложены основы теории экстремальных задач и вариационного исчисления с точки зрения канонического формализма и принципа максимума Понтрягина.

Работа соединяет строгость изложения с прояснением интуитивного и геометрического смысла доказываемых результатов. Изложение сопровождается подробным исследованием конкретных модельных задач из механики и геометрии.

Книга может служить учебным пособием для студентов вузов и университетов, а также для аспирантов и научных работников.

Формат 60×90/16. Печ. л. 10. Зак. № АЛ-444.

Отпечатано в ООО «ЛЕНАНД».

117312, Москва, пр-т Шестидесятилетия Октября, 11А, стр. 11.

ISBN 978-5-9710-4156-6

© ЛЕНАНД, 2016

20013 ID 222811



9 785971 041566



Все права защищены. Никакая часть настоящей книги не может быть воспроизведена или передана в какой бы то ни было форме и какими бы то ни было средствами, будь то электронные или механические, включая фотокопирование и запись на магнитный носитель, а также размещение в Интернете, если на то нет письменного разрешения владельца.

Оглавление

Предисловие	7
Список обозначений	9
Глава 1. Принцип максимума Понтрягина	11
§ 1. Постановка задачи	12
§ 2. Формулировка принципа максимума Понтрягина	14
§ 3. Принцип максимума для задачи быстродействия	15
§ 4. Оптимальный синтез	16
Глава 2. Метод динамического программирования.	
Уравнение Беллмана	21
§ 5. Производная в силу системы обыкновенных дифференциальных уравнений	22
§ 6. Уравнение Беллмана для задачи быстродействия	23
§ 7. Достаточные условия оптимальности	26
§ 8. Уравнение Беллмана для задачи с фиксированным временем	29
Глава 3. Геометрический смысл	
принципа максимума Понтрягина	33
§ 9. Связь уравнения Беллмана с принципом максимума Понтрягина	34
§ 10. Уравнения в вариациях	35
§ 11. Геометрическая интерпретация принципа максимума	38

Глава 4. Существование решений задачи оптимального быстрогодействия	41
§ 12. Пример отсутствия оптимального управления. (Скольльзящие режимы)	43
§ 13. Продолжимость решений обыкновенных дифференциальных уравнений	44
§ 14. Пример отсутствия оптимального управления. (Уход на бесконечность за конечное время)	45
§ 15. Формулировка теоремы существования	49
§ 16. Доказательство теоремы существования	50
Глава 5. Простейшая задача классического вариационного исчисления	53
§ 17. Постановка задачи	54
§ 18. Уравнение Эйлера	55
§ 19. Геодезические на римановом многообразии	59
Глава 6. Канонический формализм	63
§ 20. Преобразование Лежандра	64
§ 21. Канонические переменные	68
§ 22. Механический смысл канонических переменных	69
§ 23. Формула вариации функционала с подвижными концами	70
§ 24. Условия трансверсальности в задаче с подвижными концами	73
§ 25. Условия Вейерштрасса—Эрдмана	76
§ 26. Уравнение Гамильтона—Якоби	80
§ 27. Первое возвращение к принципу максимума Понтрягина	81
Глава 7. Теория второй вариации	85
§ 28. Постановка задачи	86
§ 29. Необходимое условие Лежандра	87

§ 30. Присоединенная задача и определение сопряженной точки	90
§ 31. Необходимые условия неотрицательной определенности $\delta^2 \mathcal{J}$	92
§ 32. Достаточные условия положительной определенности $\delta^2 \mathcal{J}$	93
§ 33. Продолжение доказательства теоремы 5	99
§ 34. Примеры	101
§ 35. Теорема Якоби об огибающей	104
Глава 8. Достаточные условия оптимальности	111
§ 36. Необходимое условие Вейерштрасса	112
§ 37. Достаточные условия слабого минимума	116
§ 38. Внешние дифференциальные формы	122
§ 39. Интегральный инвариант Пуанкаре—Картана	125
§ 40. Лагранжевы многообразия	129
§ 41. Поле экстремалей. Инвариантный интеграл Гильберта	132
§ 42. Погружение экстремали в поле и фокальные точки	135
§ 43. Индекс Морса	141
§ 44. Второе возвращение к принципу максимума	148
§ 45. Задача оптимального управления с разделенными условиями для концов	149
§ 46. Критерий оптимальности в терминах двух решений уравнения Риккати	153
Литература	158