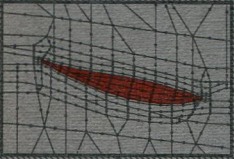


БРАЗОВАНИЕ  
РАЦИ

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

Ю.И. Рыбин, А.И. Рудской, А.М. Золотов



МАТЕМАТИЧЕСКОЕ  
МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ  
ПРОЦЕССОВ ОБРАБОТКИ  
МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ



2004

«Наука»

Министерство образования Российской Федерации

САНКТ-ПЕТЕРБУРГСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ  
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

---

Ю.И. Рыбин, А.И. Рудской, А.М. Золотов

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
И ПРОЕКТИРОВАНИЕ  
ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ  
ОБРАБОТКИ МЕТАЛЛОВ ДАВЛЕНИЕМ

*Рекомендовано Учебно-методическим объединением  
по университетскому политехническому образованию  
в качестве учебного пособия для студентов высших учебных  
заведений, обучающихся по направлению подготовки бакалавров  
и магистров 553300 «Прикладная механика» по дисциплине  
«Математическое моделирование технологических процессов  
обработки металлов давлением»*

Санкт-Петербург  
«Наука»  
2004

УДК 621.771

ББК 34.5

Р 93

Рецензенты:

д-р техн. наук Г.А. Агасьянц (ОАО ВНИТИ),

д-р техн. наук, проф. К.М. Иванов (ГОУ «Балтийский государственный  
технический университет»),

чл.-кор. РАН В.В. Рыбин (ФГУП ЦНИИ КМ «Прометей»)

*Рыбин Ю.И., Рудской А.И., Золотов А.М.* **Математическое моделирование и проектирование технологических процессов обработки металлов давлением.** — СПб.: Наука, 2004. — 644 с. 387 ил.

ISBN 5-02-025040-6

В первой части представлен анализ существующих методов решения задач обработки металлов давлением. Рассмотрены методики решения задач термоупругопластичности и упруговязкопластического течения с использованием метода конечных элементов.

Во второй части книги рассмотрены решения технологических задач обработки металлов давлением. Приведены примеры решения задач осевой и поперечной осадки при ковке, штамповке и горячей калибровке заготовок турбинных лопаток, равноканального углового прессования, прессования порошковых и пористых материалов, а также задачи контактного взаимодействия системы заготовка — деформирующий инструмент.

В третьей части представлена методика проектирования многопереходных процессов штамповки. Рассмотрены основные этапы проектирования технологических процессов штамповки и процедуры, которые необходимо реализовать технологу при разработке технологического процесса. Представлены методики проектирования переходов штамповки поковок пространственной формы. Рассмотрена методика проектирования процессов штамповки поковок повышенной точности на примере процесса прецизионной штамповки заготовок турбинных лопаток и штамповки детали типа поршня с использованием математического моделирования.

Монография предназначена для инженерно-технических и научных сотрудников, занимающихся проблемами компьютерного моделирования процессов пластической обработки, вопросами технологии получения изделий повышенной точности методами обработки давлением. Может быть использована в качестве учебного пособия студентами и аспирантами при изучении курса «Математическое моделирование технологических процессов обработки металлов давлением».

© Ю.И. Рыбин, А.И. Рудской,  
А.М. Золотов, 2004

© СПбГПУ, 2004

© Издательство «Наука», 2004

ISBN 5-02-025040-6

## ОГЛАВЛЕНИЕ

<b>ПРЕДИСЛОВИЕ</b> .....	<b>10</b>
<b>ВВЕДЕНИЕ</b> .....	<b>11</b>
<b>Часть 1. ТЕОРИЯ ПЛАСТИЧНОСТИ</b> .....	<b>14</b>
<b>1. Развитие методов математического моделирования термомеханических процессов</b> .....	<b>14</b>
1.1. Место математического моделирования в научных исследованиях .....	14
1.2. Теоретическая база и аналитические методы .....	16
1.3. Приближенные методы решения .....	21
1.3.1. Метод конечных разностей .....	22
1.3.2. Прямые методы вариационного исчисления ....	33
1.3.3. Метод конечных элементов .....	43
1.3.4. Метод граничных элементов .....	51
<b>2. Элементы тензорного исчисления</b> .....	<b>53</b>
2.1. Индексные обозначения .....	54
2.2. Действия над тензорами .....	55
2.3. Симметричный и кососимметричный тензоры .....	57
2.4. Главные направления и собственные значения .....	57
2.5. Инварианты тензора .....	59
2.6. Шаровой тензор и девиатор .....	61
2.7. Инварианты девиатора .....	62
2.8. Дифференцирование тензорного поля .....	63
2.9. Метрический тензор .....	64
<b>3. Напряженное и деформированное состояния</b> .....	<b>65</b>
3.1. Тензор деформации и его геометрический смысл ....	66
3.2. Тензор скоростей деформации .....	74
3.3. Тензор напряжений .....	77
<b>4. Определяющие уравнения</b> .....	<b>80</b>
4.1. Простые реологические модели .....	81
4.2. Комбинированные реологические модели .....	83



4.3. Обобщенный закон Гука. Система уравнений линейной теории упругости .....	90
4.4. Условие пластичности .....	94
4.5. Постулат Друкера и ассоциированный закон пластического течения .....	96
4.6. Условие пластичности Губера–Мизеса .....	101
4.7. Поверхности нагружения порошковых и пористых тел ...	103
4.8. Деформационная теория пластичности .....	109
4.9. Теория пластического течения .....	112
<b>5. Метод конечных элементов в задачах теории упругости и пластичности .....</b>	<b>113</b>
5.1. Функции формы конечного элемента .....	114
5.2. Деформации .....	119
5.3. Напряжения .....	120
5.4. Разрешающая система уравнений .....	121
5.5. Конечно-элементная аппроксимация .....	124
5.6. Задача расчета концентрации напряжений и деформаций .....	128
5.7. Задача оптимизации формы дна баллона .....	131
<b>6. Численное решение задачи теплопроводности .....</b>	<b>139</b>
6.1. Уравнения теплопроводности .....	140
6.2. Конечно-элементная дискретизация .....	142
6.3. Рекуррентные соотношения для решения задачи Коши .....	144
6.4. Двумерная задача теплопроводности .....	147
6.4.1. Декартовы координаты .....	147
6.4.2. Цилиндрические координаты .....	149
6.5. Одномерные задачи теплопроводности .....	150
6.5.1. Декартовы координаты .....	151
6.5.2. Цилиндрические координаты .....	151
6.5.3. Сферические координаты .....	152
6.6. Метод граничных элементов .....	152
<b>7. Математическая постановка задач термоупругопластичности .....</b>	<b>164</b>
7.1. Математическая постановка задачи теории малых упругопластических деформаций .....	167
7.2. Система уравнений нереологической теории пластичности .....	170
7.3. Математически двумерные задачи .....	175
7.3.1. Плоское напряженное состояние .....	176
7.3.2. Плоское деформированное состояние .....	177
7.3.3. Модель обобщенной плоской деформации ...	181
7.3.4. Осесимметричное нагружение .....	184
7.4. Напряжения в стенке трубы под внутренним давлением ...	185

7.5. Кручение вала переменного диаметра в условиях упругопластической деформации .....	189
7.6. Напряжения в шпинделе прокатного стана .....	193
7.7. Квазистационарный процесс .....	196
<b>8. Математическая постановка задачи теории упруговязкопластического течения .....</b>	<b>198</b>
8.1. Начало виртуальных скоростей .....	198
8.2. Конечно-элементная формулировка задачи теории упруговязкопластического течения .....	201
8.3. Построение разрешающей системы уравнений .....	204
8.4. Вязкопластическое течение в условиях обобщенной плоской деформации .....	207
8.5. Аппроксимация среднего (гидростатического) напряжения .....	211
8.6. Граничные условия .....	216
8.6.1. Граничные условия в перемещениях и напряжениях .....	216
8.6.2. Задача трубы внутренним давлением .....	219
8.6.3. Моделирование граничных условий на контактной поверхности .....	223
8.6.4. Задача горячей калибровки поковки .....	229
8.6.5. Податливость по контуру .....	233
<b>Часть 2. ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ И ПЛАСТИЧНОСТИ .....</b>	<b>235</b>
<b>9. Продольная осадка цилиндрической заготовки .....</b>	<b>235</b>
9.1. Осадка низкого цилиндра .....	236
9.2. Осадка высокого цилиндра .....	251
<b>10. Поперечная осадка цилиндрической заготовки .....</b>	<b>262</b>
10.1. Поперечная осадка двумя плоскими плитами (бойками) .....	263
10.2. Поперечная осадка тремя симметрично расположенными плоскими плитами (бойками) .....	268
10.3. Разработка режимаковки крупного роторного слитка ...	283
10.3.1. Влияние угла выреза нижнего бойка .....	285
10.3.2. Ковка с подстуживанием .....	289
10.3.3. Анализ вариантаковки выпуклым и вырезным бойками .....	292
<b>11. Горячая объемная штамповка поволоков сложной пространственной формы .....</b>	<b>302</b>
11.1. Постановка задачи .....	302
11.2. Геометрические модели заготовки и инструмента	309

11.3. Моделирование теплового режима, истории нагружения и деформирования .....	312
<b>12. Горячая калибровка поковок турбинных лопаток .....</b>	<b>321</b>
12.1. Постановка задачи .....	321
12.2. Моделирование напряженно-деформированного состояния поковки в условиях жестких штампов .....	334
12.2.1. Анализ напряженно-деформированного состояния поковки в изотермических условиях .....	334
12.2.2. Поле температур в поковке .....	338
12.2.3. Напряженно-деформированное состояние металла поковки в неизотермических условиях калибровки .....	340
12.3. Моделирование термоупругого нагружения штамповых вставок .....	343
12.3.1. Температурные поля в штамповых вставках ..	343
12.3.2. Влияние жесткости упругого основания штамповых вставок .....	346
12.3.3. Анализ напряженно-деформированного состояния штамповых вставок .....	350
<b>13. Равноканальное угловое прессование .....</b>	<b>355</b>
13.1. Аналитическое решение задачи расчета напряженно-деформированного состояния при РКУП .....	356
13.2. Цели математического моделирования процесса РКУП и план исследования .....	359
13.3. Анализ установившегося процесса течения металла в канале с углом $120^\circ$ при наличии противодействия ...	361
13.4. Исследование течения в радиальном канале с углом $135^\circ$ .....	371
13.4.1. Установившийся процесс при отсутствии противодействия .....	371
13.4.2. Влияние противодействия .....	381
13.4.3. Анализ течения при входе в радиальный канал ..	388
13.4.4. Оформление торцевого сечения при входе в канал .....	391
13.5. Анализ течения в прямоугольном канале .....	394
13.6. Прессование в сужающийся канал .....	407
<b>14. Уплотнение пористых и порошковых материалов .....</b>	<b>418</b>
14.1 Модель уплотнения пористого тела .....	418
14.1.1. Условие пластичности пористого материала	418
14.1.2. Упругость пористых материалов .....	426
14.1.3. Влияние формы пор на макрохарактеристики пористого тела .....	434

14.2. Упруговязкопластическое течение уплотняемых материалов.....	446
14.3. Конечно-элементная формулировка задачи теории течения .....	449
14.4. Алгоритм решения задачи упруговязкопластического течения .....	454
14.5. Пример решения задачи о прессовании фланца ...	457
14.6. Пример расчета уплотнения материала в закрытой матрице .....	460
14.7. Пример решения задачи экструзии .....	467
<b>15. Контактная задача в обработке металлов давлением .....</b>	<b>471</b>
15.1. Алгоритм решения задачи контактного упругопластического взаимодействия заготовки и инструмента ...	471
15.2. Контактная задача при прокатке тонкого листа ...	477

### **Часть 3. ПРОЕКТИРОВАНИЕ МНОГОПЕРЕХОДНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ШТАМПОВКИ ... 480**

<b>16. Методика проектирования многопереходных технологических процессов горячей объемной штамповки .....</b>	<b>480</b>
16.1. Этапы проектирования технологического процесса многопереходной ГОШ .....	481
16.2. Функциональный анализ этапов проектирования технологического процесса многопереходной горячей объемной штамповки .....	484
16.2.1. Процедура проектирования геометрии поковки ...	485
16.2.2. Проектирование геометрии поковки .....	487
16.3. Анализ процесса проектирования технологических операций штамповки .....	490
16.3.1. Процедуры проектирования операций ГОШ	490
16.3.2. Классификация поковок и выбор технологических процессов на основе описания их топологии ..	493
16.3.3. Распознавание образа поковок по характеристикам их геометрии .....	496
16.4. Определение вида и последовательности операций технологического процесса штамповки на основе частных критериев сложности поковок .....	498
16.4.1. Проектирование операций штамповки поковок ...	498
16.4.2. Определение частных критериев сложности поковок .....	498
16.5. Проектирование штампового инструмента .....	504



16.6. Методика проектирования технологических процессов ГОШ .....	509
<b>17. Проектирование технологического процесса объемной штамповки .....</b>	<b>511</b>
17.1. Примеры проектирования технологических процессов многопереходной штамповки .....	511
17.1.1. Проектирование переходов штамповки поковки поворотного кулака .....	512
17.1.2. Проектирование переходов штамповки поковки рычага подвески автомобиля .....	517
17.2. Особенности проектирования технологических процессов прецизионной штамповки .....	529
17.3. Проектирование штампового инструмента для технологических процессов точной и прецизионной штамповки с использованием математического моделирования .....	532
<b>18. Проектирование процесса горячей калибровки поковки турбинной лопатки .....</b>	<b>535</b>
18.1. Особенности проектирования технологических процессов прецизионной штамповки заготовок турбинных лопаток .....	535
18.2. Анализ результатов численного решения задачи взаимодействия заготовки и штампов .....	541
18.3. Термические деформации заготовки после калибровки (коробление поковки при остывании) .....	550
18.3.1. Кинетика формоизменения при охлаждении поковки на воздухе после горячей калибровки .....	550
18.3.2. Влияние структурных превращений в металле на кинетику формоизменения .....	557
18.4. Общий алгоритм проектирования технологических процессов с использованием математического моделирования .....	562
18.5. Методика проектирования переходов штамповки поволоков повышенной точности .....	565
18.5.1. Определение геометрии поковки после процесса калибровки (перед охлаждением на воздухе) .....	565
18.5.2. Определение геометрии поковки перед калибровкой (после последнего перехода штамповки) ...	566
18.6. Проектирование геометрии штамповых вставок с учетом их деформаций при калибровке .....	566
<b>19. Проектирование технологического процесса вытяжки-формовки заготовки из листового материала .....</b>	<b>568</b>

19.1. Формулировка задачи конструкторско-технологического проектирования .....	569
19.2. Моделирование операций (переходов) листовой штамповки .....	573
19.2.1. Вытяжка .....	574
19.2.2. Вытяжка с утонением .....	584
19.2.3. Формовка .....	590
19.2.4. Обжим .....	598
19.3. Анализ работоспособности поршня с учетом остаточных напряжений и деформаций .....	602
19.3.1. Моделирование циклического нагружения поршня $\varnothing 54$ .....	604
19.3.2. Исследование влияния формы и размеров дна поршня $\varnothing 48$ на работоспособность изделия .....	606
19.4. Вариант конструкторско-технологического решения на примере штамповки поршня $\varnothing 48$ .....	611
19.5. Проектирование поршня со сферической формой дна .....	626
19.5.1. Анализ вариантов конструкции дна поршня ...	626
19.5.2. Анализ возможностей штамповки поршня $\varnothing 54$ со сферической формой дна .....	629
Заключение .....	637
Библиографический список .....	639