

**НЕЛИНЕЙНАЯ
ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ
МЕХАНИКА ПРОЧНОСТИ**

Том IV

**Ю.В. Василевский, А.А. Данилов,
К.Н. Липников, В.Н. Чугунов**

**АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ
ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ
НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ
РАСЧЕТНЫХ СЕТОК**



НЕЛИНЕЙНАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МЕХАНИКА ПРОЧНОСТИ

Цикл монографий в 5 томах

Под общей редакцией В.А. Левина



МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2016

Том IV

**Ю.В. Василевский, А.А. Данилов,
К.Н. Липников, В.Н. Чугунов**

АВТОМАТИЗИРОВАННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ПОСТРОЕНИЯ НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ РАСЧЕТНЫХ СЕТОК



**МОСКВА
ФИЗМАТЛИТ®
2016**

УДК 519.6, 004.925.8

ББК 22.2

А 22

Василевский Ю. В., Данилов А. А., Липников К. Н., Чугунов В. Н. **Автоматизированные технологии построения неструктурных расчетных сеток.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2016. — 216 с. (Нелинейная вычислительная механика прочности / Под общ. ред. В. А. Левина: В 5 т. Т. IV). — ISBN 978-5-9221-1730-2 (T. IV).

Пятитомный цикл монографий посвящен изложению моделей и методов для решения нелинейных задач механики деформируемого твердого тела с упором на задачи при больших деформациях и их наложении, а также разработке систем прочностного инженерного анализа (прочностных CAE).

В томе IV проводится детальное обсуждение разнообразного практического инструментария, востребованного в инженерных приложениях и необходимого для эффективного и автоматизированного построения неструктурных адаптивных расчетных сеток — как регулярных, так и анизотропных. Книга представляет собой обобщение многолетнего опыта авторов в деле практического построения неструктурных расчетных сеток.

Для разработчиков систем инженерного анализа, инженеров и математиков-вычислителей, деятельность которых связана с построением расчетных сеток.

Печатается по рекомендации Бюро отделения энергетики, машиностроения, механики и процессов управления Российской академии наук.

© ФИЗМАТЛИТ, 2016

© Ю. В. Василевский, А. А. Данилов,

ISBN 978-5-9221-1730-2 (T. IV)

ISBN 978-5-9221-1578-0

К. Н. Липников, В. Н. Чугунов,

2016

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие научного редактора пятитомного цикла монографий (<i>B. A. Левин</i>)	5
Авторское предисловие	9
Глава 1. Введение	11
Глава 2. Основные понятия	17
§ 2.1. Треугольные и тетраэдральные сетки	17
§ 2.2. Свойства сеток и элементы теории графов	24
§ 2.3. Структуры данных и быстрые алгоритмы	31
Глава 3. Построение неструктурированных сеток в произвольных областях	40
§ 3.1. Способы задания вычислительной области	40
§ 3.2. Построение триангуляции Делоне	43
§ 3.3. Построение триангуляции методом продвигаемого фронта	45
3.3.1. Алгоритм продвигаемого фронта	47
3.3.2. Влияние вычислительных погрешностей	49
3.3.3. Конечность работы алгоритма 10	53
3.3.4. Скорость работы алгоритма продвигаемого фронта	57
3.3.5. Результаты экспериментов	59
§ 3.4. Построение поверхностной триангуляции методом продвигаемого фронта	62
3.4.1. Представление поверхности	63
3.4.2. Взаимодействие с геометрическим ядром САПР	65
3.4.3. Алгоритм продвигаемого фронта	67
3.4.4. Результаты экспериментов	70

§ 3.5. Метод улучшения заданной поверхностной сетки	71
§ 3.6. Построение тетраэдralьной сетки методом продвигаемого фронта	75
3.6.1. Алгоритм продвигаемого фронта	76
§ 3.7. Надежный алгоритм построения тетраэдralьной сетки	82
3.7.1. Тетраэдризация Делоне	82
3.7.2. Восстановление геометрии области	83
3.7.3. Восстановление следа сетки на границе	85
3.7.4. Конечность работы алгоритма	86
3.7.5. Улучшение качества полученной сетки	87
3.7.6. Результаты экспериментов	87
Глава 4. Многоуровневое иерархическое измельчение и огрубление сетки	94
§ 4.1. Принципы многоуровневого построения сеток	94
§ 4.2. Метод бисекций для измельчения триангуляций	95
§ 4.3. Метод бисекций для измельчения тетраэдризаций	104
§ 4.4. Алгоритм многоуровневого огрубления	111
§ 4.5. Алгоритмы построения динамических сеток	118
Глава 5. Перестроение симплексиальных сеток посредством локальных модификаций	121
§ 5.1. Принципы организации алгоритмов	121
§ 5.2. Перестроение триангуляций	123
§ 5.3. Перестроение тетраэдризаций	139
§ 5.4. Параллелизация трехмерного алгоритма	155
§ 5.5. Исправление и распутывание сеток	161
Глава 6. Управление свойствами сеток	165
§ 6.1. Управление свойствами регулярных сеток	165
§ 6.2. Управление свойствами анизотропных сеток	169
Приложение. Некоторые проблемы сеточной адаптации	176
§ П.1. Адаптация к внешним и внутренним границам	176
П.1.1. Адаптация триангуляции к криволинейной параметризованной границе	177
П.1.2. Адаптация тетраэдризации к гладкой параметризованной поверхности	178
П.1.3. Адаптация сеток к границам с неизвестной параметризацией	180

§ П.2. Адаптация к решению посредством локального иерархического измельчения	185
П.2.1. Апостериорная оценка ошибки по невязке	189
П.2.2. Апостериорная оценка ошибки, основанная на решении локальных подзадач	190
П.2.3. Иерархическая апостериорная оценка ошибки.	191
П.2.4. Апостериорная оценка ошибки по осредненному градиенту	192
§ П.3. Адаптация к сеточному решению посредством локальных модификаций	193
П.3.1. Тензорная метрика на основе восстановления гессиана.	194
П.3.2. Тензорная метрика на основе реберных оценок ошибки	201
Предметный указатель	205
Список литературы	207