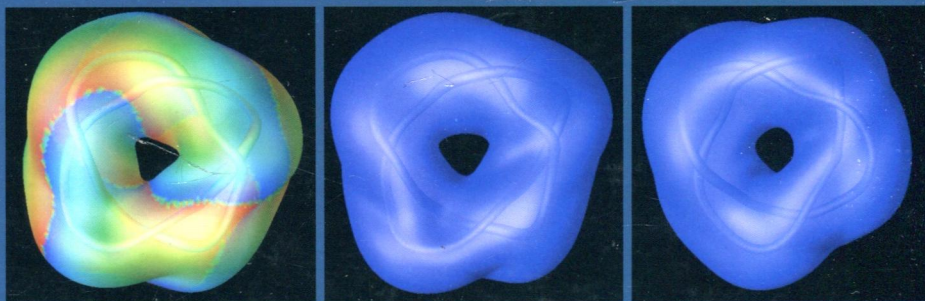


Н.Н. Розанов

**ДИССИПАТИВНЫЕ  
ОПТИЧЕСКИЕ  
И РОДСТВЕННЫЕ  
СОЛИТОНЫ**



**Н.Н. Розанов**

**ДИССИПАТИВНЫЕ  
ОПТИЧЕСКИЕ  
И РОДСТВЕННЫЕ  
СОЛИТОНЫ**



**МОСКВА  
ФИЗМАТЛИТ®  
2021**

УДК 583.9  
ББК 22.37  
Р 64



*Издание осуществлено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований по проекту 20-12-00010, не подлежит продаже*

**Розанов Н. Н. Диссипативные оптические и родственные солитоны.** — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2021. — 664 с. — ISBN 978-5-9221-1892-7.

Систематически изложена теория диссипативных оптических и родственных солитонов — структур излучения в нелинейной среде или схеме, которые локализованы вследствие баланса притока и оттока энергии. Такие солитоны радикально отличаются по свойствам от консервативных солитонов в системах с пренебрежимо слабой диссипацией и обладают повышенной устойчивостью, что указывает на их потенциал в приложениях. Хотя основное внимание уделяется оптическому диапазону спектра излучения, в ряде схем оно может быть также микроволновым или же заменяться другими источниками возбуждения среды. Для одномерных, двумерных и трехмерных солитонов выявляются их внутренняя структура, определяемая потоками энергии, топология этих потоков, симметрия и ее связь с движением солитонов и их комплексов. Значительное внимание уделено диссипативным солитонам предельно короткой длительности, для анализа которых необходимо обращение к строгим уравнениям Максвелла, а также проявлениям квантовых флуктуаций. Представлен обзор результатов экспериментов в этих областях. Приводятся ссылки на набор анимаций, иллюстрирующих нелинейную динамику процессов, описываемых в основном тексте.

Для научных работников, аспирантов и студентов, интересующихся современными проблемами нелинейной физики, нелинейной оптики и фотоники, лазерной физики, экстремальной и топологической оптики и обработки информации.

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	11
-----------------------	----

### **Часть I. Введение. Локализация излучения в линейных и нелинейных системах (главы 1 и 2)**

Глава 1. Локализация излучения в линейных системах и динамический эффект Казимира . . . . .	13
1.1. Локализация в стационарных линейных схемах . . . . .	13
1.2. Полусолитоны: локализация в динамических линейных схемах . . . . .	21
Список литературы к Главе 1 . . . . .	30
Глава 2. Структуры излучения в открытых (диссипативных) нелинейных системах . . . . .	31
2.1. Свойства оптических солитонов . . . . .	31
2.2. Схемы формирования диссипативных оптических солитонов . . . . .	37
2.3. К истории исследований диссипативных солитонов . . . . .	41
Список литературы к Главе 2 . . . . .	45

### **Часть II. Тонкие беззеркальные схемы с поддерживающим излучением (главы 3–5)**

Глава 3. Некогерентное возбуждение слоя полупроводника . . . . .	49
3.1. Схема и приближение среднего поля . . . . .	49
3.2. Поперечно-однородные распределения . . . . .	54
3.3. Стационарные распределения в одномерной схеме . . . . .	58
3.4. Устойчивость стационарных распределений . . . . .	64
3.5. Волны переключения . . . . .	66
3.5.1. Волны переключения и механическая аналогия . . . . .	66
3.5.2. Устойчивые и неустойчивые волны переключения . . . . .	68
3.6. Пространственное переключение . . . . .	73
3.7. Неоднородности и пространственный гистерезис . . . . .	78
3.7.1. Асимптотический анализ . . . . .	78
3.7.2. Пространственная бистабильность . . . . .	83
3.7.3. Пространственный гистерезис . . . . .	84
3.7.4. Резкие неоднородности . . . . .	86
3.8. Поперечно-двумерные структуры . . . . .	87
3.9. Другие факторы . . . . .	88
Список литературы к Главе 3 . . . . .	92

Глава 4. <b>Когерентное возбуждение слоя полупроводника</b> . . . . .	95
4.1. Оптические характеристики конденсата Бозе–Эйнштейна . . . . .	95
4.2. Бистабильность и диссипативные солитоны . . . . .	98
Список литературы к Главе 4 . . . . .	102
Глава 5. <b>Наносолитоны — диссипативные дискретные солитоны в резонансно возбуждаемых молекулярных агрегатах</b> . . . . .	104
5.1. Введение. Модель и дискретно-однородные режимы . . . . .	104
5.2. Кольцевые агрегаты . . . . .	109
5.2.1. Однородное возбуждение и бистабильность . . . . .	109
5.2.2. Статическая модуляция и вращающиеся волны . . . . .	110
5.2.3. Волны переключения . . . . .	110
5.2.4. Диссипативные солитоны . . . . .	112
5.3. Линейные агрегаты . . . . .	114
5.3.1. Пространственная бистабильность . . . . .	114
5.3.2. Диссипативные молекулярные солитоны . . . . .	115
5.4. Движение солитонов при наклонном падении излучения . . . . .	117
5.5. Учет трехчастичных взаимодействий . . . . .	120
5.5.1. Бистабильность однородных возбуждений . . . . .	120
5.5.2. Модуляционная неустойчивость . . . . .	121
Список литературы к Главе 5 . . . . .	124

### **Часть III. Пассивные резонаторные схемы с когерентным поддерживающим излучением (главы 6–12)**

Глава 6. <b>Модели широкоапертурных нелинейных интерферометров и лазеров</b> . . . . .	126
6.1. Кольцевой интерферометр/лазер, операторное представление . . . . .	126
6.2. Модель нелинейного экрана . . . . .	131
6.3. Приближение среднего поля . . . . .	133
6.4. Модель медленной нелинейности . . . . .	140
Список литературы к Главе 6 . . . . .	141
Глава 7. <b>Поперечно-однородные стационарные режимы и их модуляционная неустойчивость</b> . . . . .	142
7.1. Поперечно-однородные режимы . . . . .	142
7.2. Матричное описание развития возмущений . . . . .	143
7.3. Резонаторы без увеличения и с увеличением . . . . .	146
Список литературы к Главе 7 . . . . .	151
Глава 8. <b>Модель пороговой нелинейности</b> . . . . .	153
8.1. Абсорбционная нелинейность . . . . .	153
8.1.1. Общие соотношения . . . . .	153
8.1.2. Дифракционные волны переключения . . . . .	156
8.1.3. Одиночные локализованные структуры . . . . .	159
8.2. Абсорбционно–рефрактивная нелинейность . . . . .	170
8.3. Асимметричные структуры . . . . .	175
Список литературы к Главе 8 . . . . .	177

Глава 9. <b>Структуры поля при других видах нелинейности</b> . . . . .	179
9.1. Возбуждение интерферометра плоской волной . . . . .	179
9.1.1. Волны переключения . . . . .	179
9.1.2. Метастабильность и кинетика выбросов . . . . .	181
9.2. Волны переключения и неоднородности . . . . .	182
9.2.1. Локальные неоднородности . . . . .	182
9.2.2. Наклонное падение внешнего излучения . . . . .	183
9.3. Диссипативные солитоны в интерферометре . . . . .	189
9.3.1. Взаимодействие волн переключения и одиночные одномерные диссипативные солитоны . . . . .	190
9.3.2. Взаимодействие одномерных диссипативных солитонов . . . . .	194
9.3.3. Двумерные диссипативные солитоны . . . . .	196
9.3.4. Аристотелева механика диссипативных солитонов . . . . .	199
9.3.5. Эйлерова механика солитонных комплексов . . . . .	204
9.3.6. Волны переключения и диссипативные солитоны в условиях неустойчивостей . . . . .	210
9.3.7. Многокомпонентность и векторные диссипативные солитоны . . . . .	221
9.3.8. Интерферометр с бозе-эйнштейновским конденсатом . . . . .	229
Список литературы к Главе 9 . . . . .	234
Глава 10. <b>Временные солитоны</b> . . . . .	239
10.1. Стационарные режимы и их устойчивость . . . . .	239
10.2. Временные диссипативные солитоны в микрорезонаторах . . . . .	244
Список литературы к Главе 10 . . . . .	247
Глава 11. <b>Квантовые флуктуации диссипативных пространственных солитонов</b> . . . . .	249
11.1. Введение: солитоны и квантовые эффекты . . . . .	249
11.2. Квантовое уравнение Ланжевена . . . . .	251
11.3. Спектральное представление для квантовых флуктуаций диссипативных солитонов . . . . .	256
11.3.1. Общий анализ задачи . . . . .	256
11.3.2. Сплошной спектр . . . . .	258
11.3.3. Дискретный спектр . . . . .	261
11.3.4. Определение операторов физических величин в окрестности солитонного решения . . . . .	262
11.4. Релаксирующий диссипативный солитон . . . . .	264
11.4.1. Экспоненциально убывающая составляющая возмущения . . . . .	264
11.4.2. Обобщенное решение для диссипативного солитона . . . . .	265
11.5. Расчет квантовых флуктуаций диссипативных солитонов . . . . .	268
11.5.1. Функция Грина . . . . .	268
11.5.2. Средние квадраты флуктуаций центра и импульса солитона . . . . .	269
11.5.3. Сжатые по импульсу состояния солитона и их наблюдаемость . . . . .	270

11.6. Флуктуации темных солитонов. . . . .	275
11.7. Квантовые флуктуации поперечно-двумерного диссипативного солитона. . . . .	276
Список литературы к Главе 11 . . . . .	278
<b>Глава 12. Эксперименты и перспективные применения . . . . .</b>	<b>279</b>
12.1. Поперечные неустойчивости и периодические поперечные структуры . . . . .	279
12.2. Волны переключения и пространственный гистерезис . . . . .	280
12.3. Солитоны в нелинейном интерферометре . . . . .	281
12.3.1. Пространственные солитоны . . . . .	281
12.3.2. Временные солитоны (частотные гребенки) . . . . .	282
12.4. Поперечные структуры и обработка информации. . . . .	282
Список литературы к Главе 12 . . . . .	289
<b>Часть IV. Лазерные схемы (главы 13–17)</b>	
<b>Глава 13. Модели и общие соотношения . . . . .</b>	<b>293</b>
13.1. Схемы лазеров . . . . .	293
13.2. Уравнения Максвелла–Блоха . . . . .	295
13.3. Энергетический баланс . . . . .	301
13.4. Стационарные симметричные локализованные структуры . . . . .	304
Список литературы к Главе 13 . . . . .	307
<b>Глава 14. Одномерные лазерные схемы. . . . .</b>	<b>309</b>
14.1. Солитоны с симметричным распределением интенсивности в лазере класса АА . . . . .	309
14.1.1. Стационарные локализованные структуры . . . . .	309
14.1.2. Устойчивость локализованных структур . . . . .	314
14.2. Асимметричные солитоны в лазере класса АА . . . . .	316
14.3. Взаимодействие солитонов в лазере класса АА . . . . .	321
14.3.1. Условия галилеевской симметрии . . . . .	321
14.3.2. Режимы слабого взаимодействия солитонов . . . . .	323
14.3.3. Многосолитонные структуры . . . . .	326
14.4. Влияние неоднородностей . . . . .	329
14.4.1. Плавные неоднородности . . . . .	329
14.4.2. Резкие неоднородности . . . . .	336
14.5. Проявления инерционности нелинейного отклика . . . . .	337
14.5.1. Резонаторные схемы . . . . .	338
14.5.2. Световодные схемы . . . . .	343
14.6. Механизмы движения диссипативных солитонов. . . . .	345
14.7. Коаксиальный лазер: топологический заряд и каспы . . . . .	348
Список литературы к Главе 14 . . . . .	358

Глава 15. <b>Двумерные лазерные схемы</b> . . . . .	361
15.1. Генерация полосы в лазере класса АА . . . . .	361
15.2. Симметрия и движение локализованных структур . . . . .	362
15.3. Солитоны с осесимметричным распределением интенсивности . . . . .	366
15.3.1. Стационарные локализованные структуры . . . . .	366
15.3.2. Устойчивость симметричных солитонов . . . . .	369
15.3.3. Непараксиальные лазерные солитоны . . . . .	372
15.4. Асимметричные и пульсирующие солитоны . . . . .	373
15.5. Взаимодействие солитонов в лазере класса АА . . . . .	380
15.5.1. Синфазная слабая связь фундаментальных солитонов . . . . .	380
15.5.2. Синфазно-противофазная слабая связь лазерных солитонов . . . . .	386
15.5.3. Сильная и сверхсильная связь лазерных солитонов . . . . .	399
15.5.4. Механика Эйлера для жестких солитонных комплексов . . . . .	406
15.5.5. Смешанная связь и планетарные солитонные структуры . . . . .	409
15.5.6. Столкновения лазерных солитонов и их комплексов . . . . .	411
15.5.7. Некогерентная связь солитонов . . . . .	418
15.6. Влияние неоднородностей . . . . .	421
15.6.1. Плавные неоднородности . . . . .	421
15.6.2. Резкие неоднородности . . . . .	432
15.6.3. Солитонный коллапс . . . . .	433
15.7. Проявления инерционности и нелокальности нелинейного отклика . . . . .	441
15.7.1. Модель и исходные уравнения . . . . .	441
15.7.2. Устойчивость поперечно-однородной генерации . . . . .	442
15.7.3. Локализованные структуры излучения . . . . .	443
15.7.4. Медленное движение солитонов . . . . .	446
15.7.5. Асимметричные быстрые лазерные солитоны . . . . .	447
Список литературы к Главе 15 . . . . .	449
Глава 16. <b>Лазер с поддерживающим излучением</b> . . . . .	451
16.1. Введение . . . . .	451
16.2. Модель и поперечно однородные режимы . . . . .	452
16.3. Стационарная однородная генерация . . . . .	453
16.4. Режим синхронизации фундаментального солитона . . . . .	453
16.5. Вихревые структуры . . . . .	457
Список литературы к Главе 16 . . . . .	463
Глава 17. <b>Квантовые флуктуации лазерных солитонов</b> . . . . .	464
17.1. Введение . . . . .	464
17.2. Лазерные уравнения Гейзенберга–Ланжевена . . . . .	465
17.3. Линеаризация около состояния классического солитона . . . . .	470
17.4. Численное моделирование . . . . .	474
Список литературы к Главе 17 . . . . .	478



## Часть V. Трехмерные лазерные схемы (главы 18–21)

Глава 18. Общие соотношения. «Лазерные пули» . . . . .	479
18.1. Общие соотношения . . . . .	479
18.2. Одиночные лазерные пули . . . . .	481
18.3. Комплексы «лазерных пуль» . . . . .	485
18.4. Столкновения лазерных пуль и их комплексов . . . . .	488
18.4.1. Столкновения пуль при галилеевской симметрии . . . . .	488
18.4.2. Столкновения комплексов лазерных пуль . . . . .	490
18.5. Вихревые линии . . . . .	492
Список литературы к Главе 18 . . . . .	496
Глава 19. Топологические трехмерные лазерные солитоны . . . . .	498
19.1. Характеризация топологических солитонов . . . . .	498
19.2. Лазерные «хула-хуп» солитоны . . . . .	502
19.3. Топологические реакции и необратимый гистерезис лазерных солитонов . . . . .	509
19.4. Проявления пространственной ограниченности схемы . . . . .	512
19.5. Темные трехмерные топологические солитоны . . . . .	516
Список литературы к Главе 19 . . . . .	520
Глава 20. Эксперименты с лазерными схемами . . . . .	523
20.1. Лазеры с медленным насыщающимся поглотителем . . . . .	524
20.2. Лазерные усилительные схемы . . . . .	525
20.3. Полупроводниковые лазеры с вертикальным резонатором . . . . .	527
20.4. Временные диссипативные солитоны . . . . .	530
Список литературы к Главе 20 . . . . .	531

## Часть VI. Предельно короткие лазерные импульсы (главы 21, 22)

Глава 21. Биполярные, квазиуниполярные и униполярные импульсы излучения . . . . .	533
21.1. Электрическая площадь импульсов . . . . .	534
21.1.1. Общие соотношения . . . . .	534
21.1.2. Заряды в вакууме . . . . .	535
21.1.3. Возможность формирования квазиуниполярных импульсов . . . . .	536
21.2. Транспортировка квазиуниполярных импульсов . . . . .	539
21.3. Воздействие квазиуниполярных импульсов на микроробъекты . . . . .	540
21.3.1. Воздействие на классическую заряженную частицу . . . . .	540
21.3.2. Воздействие на нерелятивистский атом или молекулу . . . . .	543
21.3.3. Воздействие на молекулу . . . . .	546
21.3.4. Воздействие на заряд со спином . . . . .	546
21.4. Методы генерации квазиуниполярных импульсов . . . . .	549
Список литературы к Главе 21 . . . . .	556

<b>Глава 22. Аггсолитоны — предельно короткие диссипативные солитоны</b> . . . . .	561
22.1. Введение . . . . .	561
22.2. Среда двухуровневых атомов . . . . .	562
22.2.1. Схема и исходные соотношения . . . . .	562
22.2.2. Стационарные локализованные структуры . . . . .	564
22.2.3. Ограничение сжатия импульсов брэгговской решеткой . . . . .	568
22.2.4. Эффекты электрической проводимости . . . . .	569
22.3. Среда трехуровневых атомов . . . . .	575
22.3.1. Ограничение сжатия импульсов . . . . .	575
22.3.2. Формирование солитона из фемтосекундного импульса . . . . .	578
22.3.3. Столкновения предельно коротких солитонов . . . . .	581
22.4. Среда с квантовыми точками . . . . .	584
22.4.1. Модель . . . . .	585
22.4.2. Результаты численного моделирования . . . . .	587
Список литературы к Главе 22 . . . . .	592
<b>Заключение. К экстремальным и топологическим диссипативным солитонам</b> . . . . .	593
Список литературы к Заклчению . . . . .	600
<b>Приложение А. Параксиальное и непараксиальное распространение излучения</b> . . . . .	602
1. Уравнения Максвелла и их точные следствия . . . . .	602
2. Параксиальное приближение . . . . .	604
Список литературы к Приложению А . . . . .	618
<b>Приложение Б. Материальные уравнения</b> . . . . .	620
1. Феноменологическая модель нелинейной поляризованности . . . . .	620
2. Модель осцилляторов для поляризованности . . . . .	621
3. Квантовомеханическая модель поляризованности . . . . .	622
4. Материальные уравнения для свободных зарядов . . . . .	627
5. Топологические среды (изоляторы и полуметаллы) . . . . .	627
Список литературы к Приложению Б . . . . .	628
<b>Приложение В. Дискретные диссипативные солитоны</b> . . . . .	630
1. Управляющие уравнения . . . . .	631
2. Одномерные структуры (модель 1) . . . . .	632
2.1. Квазиоднородные распределения . . . . .	632
2.2. Волны переключения в скалярной системе . . . . .	633
2.3. Векторные волны переключения ( $\theta \neq 0$ ) . . . . .	637
3. Скалярные диссипативные солитоны (модель 1, $\theta=0$ ) . . . . .	639
4. Двумерные структуры (модель 2) . . . . .	643
5. Трехмерные структуры (модель 2) . . . . .	643
Список литературы к Приложению В . . . . .	644

---

<b>Приложение Г. Вывод уравнений движения для резонансно возбуждаемых J-агрегатов с учетом многочастичных взаимодействий и парных корреляций между молекулами . . . . .</b>	646
Список литературы к Приложению Г . . . . .	654
<b>Приложение Д. Сингулярные числа матрицы . . . . .</b>	655
Список литературы к Приложению Д . . . . .	656
<b>Приложение Е. Ланжевеновские источники в уравнениях для двух-уровневой среды . . . . .</b>	657
Список литературы к Приложению Е . . . . .	658
<b>Приложение Ж. Ссылки на анимации . . . . .</b>	659