
И. Н. Шардаков
Н. А. Труфанов
В. П. Матвеевко

**МЕТОД
ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО
ПОГРУЖЕНИЯ
В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ**

РОССИЙСКАЯ АКАДЕМИЯ НАУК • УРАЛЬСКОЕ ОТДЕЛЕНИЕ
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД

И. Н. Шардаков, Н. А. Труфанов,
В. П. Матвеев

МЕТОД
ГЕОМЕТРИЧЕСКОГО ПОГРУЖЕНИЯ
В ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

ЕКАТЕРИНБУРГ • 1999

УДК 539.3

Шардаков И.Н., Труфанов Н.А., Матвеевко В.П. Метод геометрического погружения в теории упругости. Екатеринбург: УрО РАН, 1999. 298 с. ISBN 5-7691-0901-7.

Изложены теоретические и вычислительные аспекты метода геометрического погружения, ориентированного на решение трехмерных краевых задач теории упругости для тел сложной пространственной конфигурации. Изначально идея метода иллюстрируется на простых примерах, а затем дается его строгое математическое обоснование. Рассмотрены различные варианты численной реализации метода геометрического погружения, основанные на методе конечных элементов, методе граничных элементов, конечно-разностных схемах. Приводится большое число примеров, иллюстрирующих возможности метода.

Книга предназначена для научных и инженерно-технических работников, а также для аспирантов и студентов старших курсов, занимающихся численными методами решения краевых задач механики деформируемого твердого тела.

Рецензент доктор физико-математических наук профессор А.С.Кравчук

Отв. редактор доктор физико-математических наук профессор И.Н.Шардаков

ISBN 5-7691-0901-7

© И.Н.Шардаков
Н.А.Труфанов
В.П.Матвеевко

Ш $\frac{\text{ПРП}1998 - 176(98)}{8\text{ПП}6(03)1998}$ ПВ - 1999

© ИМСС УрО РАН, 1999 г.

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
Глава 1. Введение в метод геометрического погружения	8
1.1. Введение	8
1.2. Иллюстративная задача: вариационная формулировка метода геометрического погружения	10
1.3. Иллюстративная задача: дифференциальная формулировка метода геометрического погружения	15
1.4. Иллюстративная задача: растяжение неоднородного стержня	19
Глава 2. Теория метода геометрического погружения для решения краевых задач линейной теории упругости	27
2.1. Введение	27
2.2. Задачи теории упругости для изотропных однородных тел	27
2.3. Задачи неоднородной теории упругости	40
2.4. Задачи анизотропной теории упругости	55
Глава 3. Конечно-элементная реализация метода геометрического погружения	70
3.1. Введение	70
3.2. Основные соотношения конечно-элементной реализации МГП для однородных изотропных тел	71
3.3. Учет различных силовых факторов	80
3.4. Учет кинематических граничных условий	84
3.5. Особенности учета разнородных материалов конструкции	85
3.6. Решение тестовых задач	87
3.7. Практическая сходимость конечно-элементной реализации метода геометрического погружения	108
3.8. Повышение эффективности численной реализации метода геометрического погружения	117
3.9. Применение конечно-элементной реализации метода геометрического погружения для решения пространственных задач теории упругости	142
Глава 4. Конечно-разностные схемы метода геометрического погружения	158
4.1. Дискретный аналог вариационного уравнения метода	

геометрического погружения в декартовой системе координат	158
4.2. Дискретный аналог вариационного уравнения метода геометрического погружения в цилиндрической системе координат	162
4.3. Построение дискретного аналога вариационного уравнения метода геометрического погружения для задач неоднородной теории упругости	164
4.4. Методы решения системы разностных уравнений	165
4.5. Апробация алгоритма вариационно-разностной реализации метода геометрического погружения	170
4.6. Применение метода геометрического погружения в разностной реализации для расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния конструкций сложной геометрии	192
4.7. Приложение 1	202
4.8. Приложение 2	206
Глава 5. Численная реализация метода геометрического погружения в дифференциальной постановке.....	210
5.1. Введение	210
5.2. Численная реализация дифференциальной постановки метода геометрического погружения	214
5.3. Сходимость метода геометрического погружения	229
5.4. Решение тестовых задач теории упругости	241
5.5. Решение трехмерных краевых задач теории упругости	247
Глава 6. Метод геометрического погружения в задачах о собственных колебаниях упругих тел	254
6.1. Постановка задачи о собственных колебаниях	254
6.2. Алгоритм решения задачи о собственных колебаниях... ..	256
6.3. Алгоритм решения итерационного уравнения	272
6.4. Определение собственных форм и частот колебаний упругих тел сложной формы	274
Список литературы.....	285