

М.А.ЛАЗРЕНТЬЕВ и Л.А.ЛЮСТЕРНИК

КУРС
ВАРИАЦИОННОГО
ИСЧИСЛЕНИЯ

М. А. ЛАВРЕНТЬЕВ и Л. А. ЛЮСТЕРНИК

КУРС
ВАРИАЦИОННОГО
ИСЧИСЛЕНИЯ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,
ПЕРЕРЕБОТАННОЕ

*Допущено Министерством высшего
образования СССР в качестве учебника
для государственных университетов*

ГОСУДАРСТВЕННОЕ ИЗДАТЕЛЬСТВО
ТЕХНИКО-ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ
МОСКВА 1950 ЛЕНИНГРАД

ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие	6
Глава I. Элементарные приёмы решения экстремальных задач	7
§ 1. Общие понятия	7
§ 2. Простейшая задача вариационного исчисления. Уравнение Эйлера	12
§ 3. Элементарное решение некоторых вариационных задач	22
§ 4. Приложения	32
§ 5. Методы приближённого решения задач вариационного исчисления	36
Глава II. Метод вариаций	44
§ 6. Дополнительные замечания об экстремумах функционалов	44
§ 7. Классификация экстремумов	47
§ 8. Вариация для простейшего функционала	54
§ 9. Основные леммы вариационного исчисления	64
§ 10. Вариация в точке	70
§ 11. Вторая вариация	77
Глава III. Обобщения простейшей задачи	83
§ 12. Пространственная задача	83
§ 13. Условие Лежандра для пространственной задачи	93
§ 14. Случай производных высшего порядка	96
§ 15. Случай функции многих переменных	103
Глава IV. Допустимые линии с подвижными концами. Разрывные задачи	110
§ 16. Подвижные концы в простейшей задаче	110
§ 17. Разрывные задачи	120

§ 18. Задача с подвижными концами в пространствах произвольного числа измерений	123
§ 19. Условия на концах для функционалов, зависящих от производных высшего порядка	127
Глава V. Условный экстремум	133
§ 20. Изопериметрическая задача	133
§ 21. Условный экстремум	146
§ 22. Общая задача Лагранжа	152
Глава VI. Вариационные задачи в параметрической форме	160
§ 23. Параметрическая форма задания кривых, условия однородности	160
§ 24. Экстремумы функций от линии	167
§ 25. Обобщения и приложения	174
Глава VII. Теория поля	183
§ 26. Геометрический язык. Каноническая форма уравнений Эйлера	183
§ 27. Поле экстремалей и трансверсали	187
§ 28. Сопряжённые точки. Построение поля	196
§ 29. Теорема об огибающей	205
§ 30. Интегрирование уравнения Эйлера	213
Глава VIII. Достаточные условия сильного и слабого экстремумов	226
§ 31. Некоторые понятия из теории поля	226
§ 32. Необходимое условие сильного экстремума	232
§ 33. Достаточные условия сильного экстремума	235
§ 34. Достаточные условия слабого экстремума	237
§ 35. Сводка необходимых и достаточных условий экстремума	241
Глава IX. Линейные вариационные задачи	246
§ 36. Уравнения Штурма-Лиувилля	246
§ 37. Собственные значения и собственные функции	251
§ 38. Экстремальная теория собственных значений	257
§ 39. Зависимость собственного значения от пределов интегрирования. Осцилляционная теорема	263
§ 40. Исследование второй вариации	265

§ 41. Теорема Стеклова о полноте системы ортонормированных функций	269
§ 42. Связь с интегральными уравнениями	273
Глава X. Задачи на минимум максимумов	277
§ 43. Постановка задач	277
§ 44. Наилучшие многочленные приближения по Чебышеву	279
§ 45. Минимаксная теория собственных значений	289