

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ
КОМПЛЕКСНОЙ
ПЕРЕМЕННОЙ



А.Г.СВЕШНИКОВ, А.Н.ТИХОНОВ



А. Г. СВЕШНИКОВ, А. Н. ТИХОНОВ

ТЕОРИЯ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

ИЗДАНИЕ ЧЕТВЕРТОЕ, СТЕРЕОТИПНОЕ

*Допущено Министерством
высшего и среднего специального образования СССР
в качестве учебника для студентов
вузов, обучающихся по специальностям
«Физика» и «Прикладная математика»*

МОСКВА «НАУКА»
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1979

ОГЛАВЛЕНИЕ

| | |
|---|----|
| От редакторов серии | 8 |
| Предисловие к третьему изданию | 9 |
| Предисловие к первому изданию | 10 |
| Введение | 11 |
| Глава 1. Комплексная переменная и функции комплексной переменной | |
| § 1. Комплексное число и действия над комплексными числами | 12 |
| 1. Понятие комплексного числа (12). 2. Действия над комплексными числами (12). 3. Геометрическая интерпретация комплексных чисел (14). 4. Извлечение корня из комплексного числа (15). | |
| § 2. Предел последовательности комплексных чисел | 17 |
| 1. Определение сходящейся последовательности (17). 2. Критерий Коши (19). 3. Бесконечно удаленная точка (20). | |
| § 3. Понятие функции комплексной переменной. Непрерывность | 21 |
| 1. Основные определения (21). 2. Непрерывность (23). 3. Примеры (26). | |
| § 4. Дифференцирование функции комплексной переменной | 30 |
| 1. Определение. Условия Коши—Римана (30). 2. Свойства аналитических функций (33). 3. Геометрический смысл производной функции комплексной переменной (35). 4. Примеры (36). | |
| § 5. Интеграл по комплексной переменной | 38 |
| 1. Основные свойства (38). 2. Теорема Коши (41). 3. Неопределенный интеграл (43). | |
| § 6. Интеграл Коши | 46 |
| 1. Вывод формулы Коши (46). 2. Следствия из формулы Коши (48). 3. Принцип максимума модуля аналитической функции (49). | |
| § 7. Интегралы, зависящие от параметра | 51 |
| 1. Аналитическая зависимость от параметра (51). 2. Существование производных всех порядков у аналитической функции (53). | |
| Глава 2. Ряды аналитических функций | 57 |
| § 1. Равномерно сходящиеся ряды функций комплексной переменной | 57 |
| 1. Числовые ряды (57). 2. Функциональные ряды. Равномерная сходимось (58). 3. Свойства равномерно сходящихся рядов. Теоремы Вейерштрасса (61). 4. Несобственные интегралы, зависящие от параметра (65). | |
| § 2. Степенные ряды. Ряд Тейлора | 66 |
| 1. Теорема Абеля (66). 2. Ряд Тейлора (70). | |
| § 3. Единственность определения аналитической функции | 74 |
| 1. Нули аналитической функции (74). 2. Теорема единственности (75). | |

| | |
|--|-----|
| Глава 3. Аналитическое продолжение. Элементарные функции комплексной переменной | 79 |
| § 1. Элементарные функции комплексной переменной. Продолжение с действительной оси | 79 |
| 1. Продолжение с действительной оси (79). 2. Продолжение соотношений (83). 3. Свойства элементарных функций (86). 4. Отображения элементарных функций (90). | |
| § 2. Аналитическое продолжение. Понятие римановой поверхности | 94 |
| 1. Основные принципы. Понятие римановой поверхности (94). 2. Аналитическое продолжение через границу (97). 3. Примеры построения аналитического продолжения. Продолжение через границу (98). 4. Примеры построения аналитического продолжения. Продолжение с помощью степенных рядов (103). 5. Правильные и особые точки аналитической функции (105). 6. Понятие полной аналитической функции (109). | |
| Глава 4. Ряд Лорана и изолированные особые точки | 111 |
| § 1. Ряд Лорана | 111 |
| 1. Область сходимости ряда Лорана (111). 2. Разложение аналитической функции в ряд Лорана (113). | |
| § 2. Классификация изолированных особых точек однозначной аналитической функции | 115 |
| Глава 5. Теория вычетов и их приложения | 123 |
| § 1. Вычет аналитической функции в изолированной особой точке | 123 |
| 1. Определение и формулы вычисления вычета (123). 2. Основная теорема теории вычетов (125). | |
| § 2. Вычисление определенных интегралов с помощью вычетов | 128 |
| 1. Интегралы вида $\int_0^{2\pi} R(\cos \theta, \sin \theta) d\theta$ (128). 2. Интегралы вида $\int_{-\infty}^{\infty} f(x) dx$ (130). 3. Интегралы вида $\int_{-\infty}^{\infty} e^{iax} f(x) dx$. Лемма Жордана (132). 4. Случай многозначных функций (138). | |
| § 3. Логарифмический вычет | 143 |
| 1. Понятие логарифмического вычета (143). 2. Подсчет числа нулей аналитической функции (145). | |
| Глава 6. Конформное отображение | 148 |
| § 1. Общие свойства | 148 |
| 1. Определение конформного отображения (148). 2. Простейшие примеры (152). 3. Основные принципы (155). 4. Теорема Римана (160). | |
| § 2. Дробно-линейная функция | 163 |
| § 3. Функция Жуковского | 173 |
| § 4. Интеграл Шварца—Кристоффеля. Отображение многоугольников | 175 |
| Глава 7. Применение аналитических функций к решению краевых задач | 184 |
| § 1. Общие положения | 184 |
| 1. Связь аналитических и гармонических функций (184). 2. Сохранение оператора Лапласа при конформном отображении (185). 3. Задача Дирихле (187). 4. Построение функции источника (190). | |
| § 2. Приложения к задачам механики и физики | 191 |
| 1. Плоское установившееся движение жидкости (191). 2. Плоское электростатическое поле (203). | |

| | |
|---|-----|
| Глава 8. Основные понятия операционного исчисления | 212 |
| § 1. Определения и основные свойства преобразования Лапласа | 212 |
| 1. Определение преобразования Лапласа (212). 2. Изображение элементарных функций (216). 3. Свойства изображения (218). 4. Таблица свойств изображений (226). 5. Таблица изображений (226). | |
| § 2. Определение оригинала по изображению | 227 |
| 1. Формула Меллина (228). 2. Условия существования оригинала (231). 3. Вычисление интеграла Меллина (234). 4. Случай регулярной на бесконечности функции (238). | |
| § 3. Решение задач для линейных дифференциальных уравнений операционным методом | 241 |
| 1. Обыкновенные дифференциальные уравнения (241). 2. Уравнение теплопроводности (245). 3. Краевая задача для уравнения в частных производных (247). | |
| Приложение 1. Метод перевала | 249 |
| 1. Вводные замечания (249). 2. Метод Лапласа (252). 3. Метод перевала (259). | |
| Приложение 2. Метод Винера — Хопфа | 267 |
| 1. Вводные замечания (267). 2. Аналитические свойства преобразования Фурье (271). 3. Интегральные уравнения с ядром, зависящим от разности аргументов (273). 4. Общая схема метода Винера — Хопфа (278). 5. Задачи, приводящие к интегральным уравнениям с ядром, зависящим от разности аргументов (283). 5.1. Вывод уравнения Милна (283). 5.2. Исследование решения уравнения Милна (287). 5.3. Дифракция на плоском экране (290). 6. Решение краевых задач для уравнения в частных производных методом Винера — Хопфа (291). | |
| Приложение 3. Функции многих комплексных переменных | 296 |
| 1. Основные определения (296). 2. Понятие аналитической функции многих комплексных переменных (297). 3. Формула Коши (298). 4. Степенные ряды (300). 5. Ряд Тейлора (302). 6. Аналитическое продолжение (303). | |
| Приложение 4. Метод Ватсона | 306 |
| Литература | 314 |
| Предметный указатель | 315 |