

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ



А. Н. ТИХОНОВ  
А. Б. ВАСИЛЬЕВА  
А. Г. СВЕШНИКОВ

КУРС ВЫШЕЙ МАТЕМАТИКИ И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Выпуск 7

А. Н. ТИХОНОВ, А. Б. ВАСИЛЬЕВА,  
А. Г. СВЕШНИКОВ

# ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

ИЗДАНИЕ ВТОРОЕ,  
ПЕРЕРАБОТАННОЕ И ДОПОЛНЕННОЕ

Допущено Министерством высшего и среднего специального образования СССР  
в качестве учебника для студентов университетов,  
обучающихся по специальностям «Прикладная математика» и «Физика»



МОСКВА «НАУКА»  
ГЛАВНАЯ РЕДАКЦИЯ  
ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1985

ББК 22.161.8

Т46

УДК 517.9

КУРС ВЫСШЕЙ МАТЕМАТИКИ  
И МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

*Под редакцией*

*А. Н. ТИХОНОВА, В. А. ИЛЬИНА,  
А. Г. СВЕШНИКОВА*

Рецептент член-корреспондент АН СССР *Л. Д. Кудрявцев*

T 1702050000—159  
053(02)-85 74-85



Издательство «Наука».  
Главная редакция  
Физико-математической литературы, 1980;  
переработанное и дополненное, 1985

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие ко второму изданию . . . . .	5
Предисловие к первому изданию . . . . .	6
Г л а в а 1. Введение . . . . .	7
§ 1. Понятие дифференциального уравнения . . . . .	7
§ 2. Физические задачи, приводящие к дифференциальным уравнениям . . . . .	12
Г л а в а 2. Общая теория . . . . .	23
§ 1. Элементарные методы интегрирования . . . . .	23
§ 2. Теоремы существования и единственности решения начальной задачи для одного уравнения первого порядка, разрешенного относительно производной. Алгоритм ломаных Эйлера . . . . .	31
§ 3. Уравнение, неразрешенное относительно производной . . . . .	39
§ 4. Теорема существования и единственности решения нормальной системы . . . . .	46
§ 5. Зависимость решений от начальных значений и параметров . . . . .	51
§ 6. Метод последовательных приближений (метод Никара) . . . . .	59
§ 7. Принцип сжатых отображений. Теорема о неподвижной точке	63
Г л а в а 3. Линейные дифференциальные уравнения . . . . .	67
§ 1. Уравнения движения маятника как пример линейного уравнения. Основные свойства линейного уравнения с постоянными коэффициентами . . . . .	67
§ 2. Общие свойства линейного уравнения $n$ -го порядка . . . . .	73
§ 3. Однородное линейное уравнение $n$ -го порядка . . . . .	76
§ 4. Неоднородное линейное уравнение $n$ -го порядка . . . . .	79
§ 5. Линейное уравнение $n$ -го порядка с постоянными коэффициентами . . . . .	82
§ 6. Системы линейных уравнений. Общая теория . . . . .	88
§ 7. Системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами . . . . .	96
§ 8. Построение решения линейного уравнения в виде степенного ряда	101
Г л а в а 4. Краевые задачи . . . . .	105
§ 1. Постановка краевых задач и их физическое содержание . . . . .	105
§ 2. Неоднородная краевая задача . . . . .	110
§ 3. Задачи на собственные значения . . . . .	123
Г л а в а 5. Теория устойчивости . . . . .	128
§ 1. Постановка задачи . . . . .	128
§ 2. Исследование на устойчивость по первому приближению . . . . .	134

§ 3. Метод функций Ляпунова . . . . .	138
§ 4. Исследование траекторий в окрестности точки покоя . . . . .	144
<b>Г л а в а 6. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>151</b>
§ 1. Разностные методы решения начальной задачи . . . . .	151
§ 2. Краевые задачи . . . . .	167
<b>Г л а в а 7. Асимптотика решений дифференциальных уравнений по малому параметру . . . . .</b>	<b>177</b>
§ 1. Регулярные возмущения . . . . .	177
§ 2. Сингулярные возмущения . . . . .	183
<b>Г л а в а 8. Уравнения в частных производных первого порядка . . . . .</b>	<b>209</b>
§ 1. Линейное уравнение . . . . .	209
§ 2. Квазилинейное уравнение . . . . .	218
<b>Список литературы . . . . .</b>	<b>228</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>229</b>