



НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА

К.А. Рыбаков, В.В. Рыбин

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
И ДРОБНО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
ПРОЦЕССОВ И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Издательство МАИ

К.А. РЫБАКОВ, В.В. РЫБИН

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
И ДРОБНО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРОЦЕССОВ  
И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

Москва  
Издательство МАИ  
2016

УДК 519.63  
ББК 22.18  
Р93

Рецензенты:

д-р физ.-мат. наук, проф. *Д.Л. Ревизников*

д-р физ.-мат. наук, проф. *М.М. Хрусталёв*

**Рыбаков К.А., Рыбин В.В.**

Р93 Моделирование распределенных и дробно-распределенных процессов и систем управления спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 160 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0307-5

Изложены современные методы моделирования и анализа распределенных и дробно-распределенных процессов и систем управления, основанные на спектральной форме математического описания.

Для специалистов и инженеров, интересующихся современными задачами теории управления и методами их решения, а также для студентов старших курсов и аспирантов технических вузов и университетов.

*Научное издание*

**Рыбаков Константин Александрович  
Рыбин Владимир Васильевич**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ  
И ДРОБНО-РАСПРЕДЕЛЕННЫХ ПРОЦЕССОВ  
И СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ**

Редактор Л.А. Митина

---

Подписано в печать 15.06.2016.

Формат 60x84 1/16. Бумага писчая.

Гарнитура Таймс. Печать офсетная.

Усл. печ. л. 9,30. Уч.-изд. л. 10,00.

Тираж 500 экз. Зак. 632/408.

Отпечатано с готового оригинал-макета.

Издательство МАИ

(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Типография Издательства МАИ

(МАИ), Волоколамское ш., д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

---

ISBN 978-5-4316-0307-5

© Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет), 2016

## ОГЛАВЛЕНИЕ

Предисловие . . . . .	5
Введение . . . . .	6
<b>Глава 1. Спектральная форма математического описания распределенных систем управления . . . . .</b>	<b>9</b>
1.1. Биортонормированные базисные системы функций . . . . .	9
1.1.1. Биортонормированные базисные системы для представления функций времени . . . . .	9
1.1.2. Биортонормированные базисные системы для представления функций вектора состояния . . . . .	16
1.1.3. Биортонормированные базисные системы для представления функций времени и вектора состояния . . . . .	20
1.2. Спектральные характеристики функций . . . . .	23
1.2.1. Спектральные характеристики функций времени . . . . .	23
1.2.2. Спектральные характеристики функций вектора состояния . . . . .	25
1.2.3. Спектральные характеристики функций времени и вектора состояния . . . . .	27
1.3. Спектральные характеристики линейных операторов . . . . .	29
1.3.1. Основные определения . . . . .	29
1.3.2. Спектральные характеристики операторов умножения . . . . .	33
1.3.3. Спектральные характеристики операторов отражения . . . . .	36
1.3.4. Спектральные характеристики операторов интегрирования дробного порядка . . . . .	40
1.3.5. Спектральные характеристики операторов дифференцирования дробного порядка . . . . .	46
<b>Глава 2. Моделирование распределенных и дробно-распределенных процессов и систем спектральным методом . . . . .</b>	<b>65</b>
2.1. Особенности применения пакетов расширения спектрального метода . . . . .	65
2.2. Моделирование диффузионно-волновых процессов спектральным методом . . . . .	68

---

2.2.1. Диффузионно-волновые уравнения и процессы . . . . .	68
2.2.2. Примеры решения волновых, диффузионных и диффузионно-волновых уравнений . . . . .	74
2.3. Моделирование линейных распределенных и дробно-распределенных систем управления . . . . .	91
2.3.1. Основные спектральные алгоритмы определения характеристик выходных сигналов линейных распределенных систем при детерминированных и случайных воздействиях . . . . .	91
2.3.2. Базовые уравнения одномерных объектов с распределенными параметрами . . . . .	95
2.3.3. Типовые одномерные распределенные переходные блоки	95
2.3.4. Примеры моделирования линейных распределенных систем управления . . . . .	97
<b>Приложение 1. Многомерные матрицы . . . . .</b>	<b>117</b>
<b>Приложение 2. Дробное интегрирование и дифференцирование . . . . .</b>	<b>126</b>
<b>Приложение 3. Спектральный метод решения краевых задач для линейных дифференциальных уравнений . . . . .</b>	<b>136</b>
<b>Предметный указатель . . . . .</b>	<b>151</b>
<b>Библиографический список . . . . .</b>	<b>154</b>