



НАУЧНАЯ БИБЛИОТЕКА

В.В. Рыбин

МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ  
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
ЦЕЛОГО И ДРОБНОГО ПОРЯДКА  
ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫМ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ

**В.В. РЫБИН**

**МОДЕЛИРОВАНИЕ  
НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
ЦЕЛОГО И ДРОБНОГО ПОРЯДКА  
ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫМ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ**

**Москва  
Издательство МАИ  
2013**

ББК 22.18

Р93

Рыбин В.В.

Р93 Моделирование нестационарных систем управления целого и дробного порядка проекционно-сеточным спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ, 2013.  
— 160 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0157-6

Монография содержит результаты научных исследований, выполненных автором на кафедре “Математическая кибернетика” Московского авиационного института (национального исследовательского университета). Она посвящена актуальной проблеме моделирования процессов и систем управления целого и дробного порядка проекционно-сеточным спектральным методом в системах компьютерной математики. Изложены основы проекционно-сеточного спектрального метода анализа нестационарных линейных систем управления. Рассмотрена программная реализация проекционно-сеточного спектрального метода в виде пакетов расширения систем компьютерной математики и визуального моделирования. Применение этих пакетов продемонстрировано на модельных примерах и примерах анализа линейных систем управления летательными аппаратами и ядерной энергетической установкой. Она будет полезна студентам старших курсов и аспирантам технических вузов и университетов, а также инженерам, интересующимся современными методами описания, анализа и моделирования в СКМ и СВМ задач теории управления.

*Рецензенты:*

д-р физ.-мат. наук, проф., зав. кафедрой общей и прикладной математики МГИУ Е.А. Пушкарь;

д-р физ.-мат. наук, проф. кафедры “Высшая математика” МГГУ В.И. Киреев

ISBN 978-5-4316-0157-6

© Московский авиационный институт  
(национальный исследовательский университет), 2013

Научное издание

Рыбин Владимир Васильевич

**МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ  
ЦЕЛОГО И ДРОБНОГО ПОРЯДКА ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫМ  
СПЕКТРАЛЬНЫМ МЕТОДОМ**

Редактор Л.А. Митина

Компьютерная верстка Т.С. Евгеньевой

Сдано в набор 18.06.13. Подписано в печать 17.10.13.

Бумага писчая. Формат 60 × 84 1/16.

Печать офсетная. Усл. печ. л. 9,30. Уч.-изд. л. 10,00.

Тираж 500 экз. Зак. 358/203.

Издательство МАИ

(МАИ), Волоколамское шоссе, д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

Типография Издательства МАИ

(МАИ), Волоколамское шоссе, д. 4, Москва, А-80, ГСП-3 125993

# ОГЛАВЛЕНИЕ

---

---

ВВЕДЕНИЕ . . . . .	3
1. ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫЕ СПЕКТРАЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ОПИСАНИЯ И АНАЛИЗА ЛИНЕЙНЫХ НЕСТАНДАРТНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ . . . . .	7
1.1. Основные понятия и определения . . . . .	7
1.1.1. Описание детерминированных сигналов . . . . .	7
1.1.2. Описание случайных сигналов . . . . .	12
1.1.3. Описание линейных одномерных непрерывных систем управления . . . . .	13
1.2. Спектральные алгоритмы вычисления ПС ДНПФ целых элементарных звеньев непрерывных систем . . . . .	16
1.3. Основные свойства ПС НСХ и ПС НПФ непрерывных сигналов и систем . . . . .	19
1.4. Спектральные алгоритмы вычисления ПС ДНПФ типовых звеньев непрерывных систем . . . . .	27
1.5. ПС спектральные алгоритмы определения характеристик выходных сигналов линейных непрерывных систем управления при детерминированных и случайных воздействиях . . . . .	28
2. БАЗИСНЫЕ ФИНИТНЫЕ ФУНКЦИИ НА ОТРЕЗКЕ $[0, t]$ . . . . .	36
2.1. Сплайны Шёнберга и порождаемые ими финитные базисы . . . . .	36
2.2. Сплайны Леонтьева и порождаемые ими финитные базисы . . . . .	40
2.3. Финитные базисы, порожденные несколькими сплайнами . . . . .	45
2.4. Аппроксимирующие свойства некоторых финитных функций . . . . .	52
3. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПС СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА К ЗАДАЧАМ АНАЛИЗА И ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА НЕСТАНДАРТНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В СКМ MATHCAD+MLSY_PS_SM . . . . .	54
3.1. Примеры разработки программных модулей пакета MLSY_PS_SM элементарных операций ПС спектрального метода в финитных базисах . . . . .	55
3.2. Примеры выполнения элементарных операций ПС спектрального метода в СКМ MATHCAD+MLSY_PS_SM . . . . .	63
3.3. Примеры решения обыкновенных дифференциальных уравнений при нулевых и ненулевых начальных условиях . . . . .	72
3.4. Пример анализа системы управления самонаводящейся ракеты . . . . .	77
3.4.1. Математическая модель продольного канала управления и задачи ее анализа . . . . .	77

<b>3.4.2. Спектральный расчет непрерывной системы управления в СКМ MATHCAD+MLSY_PS_SM</b>	<b>82</b>
<b>4. ПРИМЕРЫ ПРИМЕНЕНИЯ ПС СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА К ЗАДАЧАМ ДРОБНОГО АНАЛИЗА И ПАРАМЕТРИЧЕСКОГО СИНТЕЗА НЕСТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ В СКМ MATHCAD+MLSY_PS_SM</b>	<b>86</b>
4.1. Особенности описания дробных нестационарных систем управления в спектральной области	86
4.2. Пример разработки программного модуля пакета MLSY_PS_SM для вычисления ПС ДНСХ оператора дробного интегрирования $\mu$ -го порядка	88
4.3. Примеры решения дробных дифференциальных и интегральных уравнений с применением пакета расширения MLSY_PS_SM +MATHCAD	93
4.4. Пример анализа дробной системы управления (делитель) в СВМ VisSim с применением пакета расширения Spektr_PS_SM	107
4.5. Пример анализа и параметрического синтеза дробной системы управления самонаводящейся ракеты в СКМ MATHCAD+MLSY_PS_SM	110
4.6. Пример моделирования САУ ядерной энергетической установкой в СКМ MATHCAD+ MLSY_PS_SM спектральным методом	116
4.6.1. Описание нейтронной кинетики ядерного реактора в одногрупповом диффузионном приближении	116
4.6.2. Решение линеаризованных уравнений нейтронной кинетики ядерного реактора в точечном приближении ПС спектральным методом	123
4.6.3. Моделирование процессов, протекающих в САУ ядерной энергетической установки, ПС спектральным методом	126
<i>Приложение 1. ПРОЕКЦИОННЫЙ МЕТОД В ГИЛЬБЕРТОВОМ ПРОСТРАНСТВЕ</i>	133
<i>Приложение 2. ОПИСАНИЕ ПРОЦЕДУР (ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ОПЕРАЦИЙ ПС СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА) В ПРОЕКЦИОННО-СЕТОЧНЫХ ФИНИТНЫХ БАЗИСАХ</i>	135
<i>Приложение 3. МЕТОД ДРОБНОГО ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИЯ</i>	138
<i>Приложение 4. ТИПОВЫЕ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫЕ ОПЕРАТОРЫ И ИХ ДНПФ</i>	144
<b>БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК</b>	<b>155</b>